اساسيات الرياضيات

يشتمل الكتاب على :

اساسيات الجبر

اساسيات الهندسة

اساسيات حساب المثلثات

إعداد وإخراج

الأُستاذ نجاح رجب عثمان

مُعلم رياضيات

مدرسة برج البرلس الثانوية المشتركة

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين و الصلاة و السلام على سيدنا محمد الأمين و على إخوانه الأنبياء و المرسلين وءال بيته الطيبين و أصحابه الطاهرين و أزواجه الطاهرات أمهات المؤمنين و على من سار على هداهم بإحسان إلى يوم الدين و بعد :

أخى الطالب اعلم أن **البناء القوى لا يكون دون اساس قوى** ، فمادة الرياضيات لن تكون متميزاً فيها دون أن يكون لديك اساسيات تبنى عليها هذا التميز ، لذا قدمت أنا **الأستاذ نجاح رجب عثمان** هذه الصفحات الوجيزة التى أخذت منى الكثير من الوقت والجهد حتى تظهر لكم بهذا الشكل وبهذا الأسلوب . وقد راعيتُ عرض المادة العلمية فى صورة مبسطة تُسهل على من يطلع عليها ، ويتكون هذا الكتاب من بعض اساسيات : الجبر – الهندسة – حساب المثلثات . كما أننى وضعت فى هذا الكتاب بعض الألغاز والمغالطات الرياضية لا على سبيل الترفيه إنما على سبيل تنمية القدرة على التركيز وتنظم الوقت والصبر والمثابرة على حل المسألة الرياضية وعدم الاستسلام .

اعلم أخى الطالب " **لايُمكنك معرفة قدراتك إلا بعد المحاولة** " ، أخى الطالب أريدك أن تعى وتفهم هذه الجملة جيدا ، فلا تحكم على نفسك بالفشل أو القصور فى الرياضيات دون أن تحاول.

وحتى تكون متميزاً فى الرياضيات يجب عليك أن تتميز بالآتى :

١- أن تتوافر لديك الرغبة فى أن تكون متميزاً فى الرياضيات . ٢- أن تتسم بالصبر والمثابرة

٣- أن تعمل على تنظيم وقتك . ٤- أن تعمل على التدريب العقلى المتواصل

٥- حاول أن تقيم نفسك كل فترة ما . ٦- حاول أن تحاول ولا تيأس .

، هذا وإن كان من توفيق فمن الله وإن كان من تقصير فمن نفسى .

الأستاذ نجاح رجب عثمان

١٩ أكتوبر ٢٠١٣ م

قاعدة التجميع الجبرية

① عدد موجب + عدد موجب = عدد موجب   فمثلا : ٣ + ٥ = ٨

② عدد سالب + عدد سالب = عدد سالب   فمثلا : –٣ – ٥ = – ٨

③ عدد موجب + عدد سالب   فمثلا : ٣ – ٥ = – ٢

④ عدد سالب + عدد موجب   فمثلا : – ٣ + ٥ = ٢

نأخذ إشارة الأكبر ونوجد الفرق بين العددين فى ③ ، ④

قاعدة الضرب الجبرية

① عدد موجب × عدد موجب = عدد موجب   فمثلا : ٣ × ٥ = ١٥

② عدد سالب × عدد سالب = عدد موجب   فمثلا : –٣ × (– ٥) = ١٥

③ عدد موجب × عدد سالب = عدد سالب   فمثلا : ٣ × (– ٥) = – ١٥

④ عدد سالب × عدد موجب = عدد سالب   فمثلا : (– ٣) × ٥ = – ١٥

جمع وطرح الأعداد النسبية

① $\frac{٣}{٤} + \frac{٩}{٤} = \frac{١٢}{٤} = ٣$ فمثلاً : $\frac{٧}{٥} + \frac{٦}{٥} =$

② $\frac{٣}{٤} - \frac{٩}{٤} = -\frac{٦}{٤} = -\frac{٣}{٢}$ فمثلاً : $\frac{٧}{٥} - \frac{٩}{٥} =$

③ $\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٧} = \frac{٢١ + ١٠}{٣٥} = \frac{٣١}{٣٥}$ فمثلاً : $\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٧} =$

④ $\frac{٥}{٧} - \frac{٣}{٢} = \frac{١٠ - ٢١}{١٤} = -\frac{١١}{١٤}$ فمثلاً : $\frac{١}{٨} - \frac{٤}{١١} =$

ضرب وقسمة الأعداد النسبية

① $\frac{٥}{٢} \times \frac{٣}{٤} = \frac{١٥}{٨}$ فمثلاً : $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٧} =$

② $\frac{٤}{٥} \div \frac{٣}{٧} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٧}{٣} = \frac{٢٨}{١٥}$ فمثلاً : $\frac{٧}{٥} \div \frac{٢}{٣} =$

جمع وطرح الكسور العشرية

فى هذه الحالة تأكد أن عدد الخانات بعد العلامة متعادل وإن لم يكن أضف أصفار : ٦,١٤ = ٦,١٤٠ = ٦,١٤٠٠

① ٣,١٥ + ١٩,٣ = ٣,١٥ + ١٩,٣٠ = ٢٢,٤٥

② ٥,٧ + ٠,٠٠٣ + ٤٥,٠٦ = ٥,٧٠٠ + ٠,٠٠٣ + ٤٥,٠٦٠ = ٥٠,٧٦٣

المقارنة بين عددين نسبيين

أيهما أكبر $\frac{٥}{٧}$ أم $\frac{٣}{٤}$ ؟

$\frac{٥}{٧}$ $\frac{٣}{٤}$

٢٠ < ٢١ ∴ $\frac{٥}{٧} < \frac{٣}{٤}$

أيهما أكبر $\frac{٤}{٥}$ أم $\frac{٣}{٧}$ ؟

$\frac{٤}{٥}$ $\frac{٣}{٧}$

٢٨ > ١٥ ∴ $\frac{٤}{٥} > \frac{٣}{٧}$

جمع وطرح عدد صحيح مع كسر

عند جمع عدد صحيح مع كسر نضرب المقام فى العدد الصحيح ثم نضيفه على البسط

عند طرح عدد صحيح من كسر نضرب المقام فى العدد الصحيح ثم نطرحه من البسط

① $٦ + \frac{٥}{٢} = \frac{٦ \times ٢ + ٥}{٢} = \frac{١٧}{٢}$ فمثلاً : $٧ + \frac{٢}{٣} =$

② $٥ - \frac{٣}{٤} = \frac{٥ \times ٤ - ٣}{٤} = \frac{١٧}{٤}$ فمثلاً : $٤ - \frac{٦}{٧} =$

③ $\frac{٣}{٤} - ٧ = \frac{-٧ \times ٤ + ٣}{٤} = \frac{-٢٨ + ٣}{٤} = -\frac{٢٥}{٤}$ فمثلاً : $\frac{٦}{٧} - ٣ =$

قسمة عدد صحيح على كسر أو العكس

عند قسمة عدد صحيح على كسر نضرب هذا العدد فى مقلوب الكسر

① $٢ \div \frac{٥}{٣} = ٢ \times \frac{٣}{٥} = \frac{٦}{٥}$ فمثلاً : $٧ \div \frac{٢}{٣} =$

② $-٤ \div \frac{٨}{٦} = -٤ \times \frac{٦}{٨} = -٣$ فمثلاً : $-٥ \div \frac{١}{٤} =$

عند قسمة كسر على عدد صحيح نضرب هذا الكسر فى مقلوب العدد

① $\frac{٥}{٣} \div ٢ = \frac{٥}{٣} \times \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٦}$ فمثلاً : $\frac{٢}{٣} \div ٢ =$

② $-\frac{٨}{٦} \div ٤ = -\frac{٨}{٦} \times \frac{١}{٤} = -\frac{١}{٣}$ فمثلاً : $-\frac{٢}{٧} \div ٥ =$

تحويل الكسر إلى عدد عشرى

نحاول أن نجعل المقام ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ أو ....

① $\frac{٣}{٥} = \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} = \frac{٦}{١٠} = ٠,٦$ أى أن : $\frac{٣}{٥} = ٠,٦$

② $\frac{١٦}{٢٥} = \frac{١٦ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٦٤}{١٠٠} = ٠,٦٤$ أى أن : $\frac{١٦}{٢٥} = ٠,٦٤$

③ $\frac{١١}{٤٠} = \frac{١١ \times ٢٥}{٤٠ \times ٢٥} = \frac{٢٧٥}{١٠٠٠} = ٠,٢٧٥$ أى أن : $\frac{١١}{٤٠} = ٠,٢٧٥$

والجدول الآتى يبين بعض الكسور المتكافئة المشهورة

الكسر الاعتيادى	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{١٦}$
الكسر العشرى	٠,٥	$٠,٣٣\dot{٣}$	٠,٢٥	٠,٢	٠,٧٥	٠,١٢٥	٠,١٨٧٥
النسبة المئوية	٥٠ ٪	٣٣,٣ ٪	٢٥ ٪	٢٠ ٪	٧٥٪	١٢,٥٪	١٨,٧٥٪

تحويل الكسر إلى نسبة مئوية

لكتابة العدد $\frac{س}{ص}$ فى صورة نسبة مئوية نضرب فى ١٠٠ ٪

① $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} \times ١٠٠ \% = ٧٥ \%$ أى أن : $\frac{٣}{٤} = ٧٥ \%$

② $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times ١٠٠ \% = ٥٠ \%$ أى أن : $\frac{١}{٢} = ٥٠ \%$

③ $\frac{٧}{١٦} = \frac{٧}{١٦} \times ١٠٠ \% = ٤٣,٧٥ \%$ أى أن : $\frac{٧}{١٦} = ٤٣,٧٥ \%$

مجموعات الأعداد المختلفة

① مجموعة أعداد العد ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، .... }

② مجموعة الأعداد الطبيعية ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، .... }

③ مجموعة الأعداد الفردية ف = { ±١ ، ±٣ ، ±٥ ، ±٧ ، ±٩ ، ±١١ ، .... }

④ مجموعة الأعداد الزوجية ز = { ٠ ، ±٢ ، ±٤ ، ±٦ ، ±٨ ، ±١٠ ، .... }

⑤ مجموعة الأعداد الأولية و = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، .... }

⑥ مجموعة الأعداد الصحيحة صـ = { ...... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، −٣ ، ...... }

بالاضافة إلى مجموعة الأعداد النسبية وغير النسبية ومجموعة الأعداد الحقيقية الشاملة لكل هذه المجموعات

ويجب التنبيه إلى الشروط التالية : س ∈ ط أو س ∈ صـ أو س ∈ ن أو س ∈ نَ

فمثلا : - ٢ عدد صحيح وليس طبيعى فيكتب : - ٢ ∈ صـ ، - ٢ ∉ ط

مضاعف العدد

نقول أن العدد م من مضاعفات العدد ب إذا كان : م = ن ب ∀ ن ∈ صـ

فمثلا العدد ٢٤ من مضاعفات العدد ٤ حيث : ٢٤ = ٦ × ٦ حيث : ٦ ∈ صـ

فمثلا العدد ٣٦ من مضاعفات العدد ٩ حيث : ٣٦ = ٤ × ٩ حيث : ٤ ∈ صـ

أما العدد ٦ ليس من مضاعفات العدد ٤ لأنه لا يمكن كتابته بالصورة السابقة .

تفكير ناقد : هل العدد صفر من مضاعفات العدد ٧

المعكوس الجمعى والضربى

① العدد ٤ معكوسه الجمعى -٤ ، معكوسه الضربى $\frac{١}{٤}$

② العدد -$\frac{٥}{٣}$ معكوسه الجمعى $\frac{٥}{٣}$ ، معكوسه الضربى -$\frac{٣}{٥}$

$\boxed{\frac{٤}{٧}}$

المعكوس الجمعى: −$\frac{٤}{٧}$

المعكوس الضربى: $\frac{٧}{٤}$

جمع وطرح الحدود الجبرية

① ٣ س + ٢ س = ٥ س

② ٤ س − ٦ س = − ٢ س

③ − ٢ س − ٥ س = − ٧ س

فمثلا : ٣ م + ٨ م =

فمثلا : ٣ ص − ٤ ص =

فمثلا : − ٤ م − ٣ م =

④ ٢ س + ٣ ص = لا تجمع لأنه لا يمكن جمع الحدود غير المتشابهة

جمع وطرح المقادير الجبرية

① ٤ م − ٢ م^{٢} + ٥ + م^{٢} − ٢ + ٣ م = − م^{٢} + ٧ م + ٣

② س^{٢} − ٢ س − (٣ − ٤ س − س^{٢}) = س^{٢} − ٢ س − ٣ + ٤ س + س^{٢}

= ٢ س^{٢} + ٢ س − ٣

ضرب وقسمة الحدود الجبرية

① $س \times س = س^{٢}$
② $س^{٣} \times س^{٥} = س^{٨}$ جمع الأسس
③ $٣ س \times ٢ س = ٦ س^{٢}$
④ $-٥ س^{٣} \times ٧ س = -٣٥ س^{٤}$ جمع الأسس
⑤ $س^{٨} \div س^{٦} = س^{٢}$
⑥ $س^{٣} \times س^{٥} = س^{-٢}$ طرح الأسس
⑦ $١٨ س^{٧} \div ٦ س^{٥} = ٣ س^{٢}$
⑧ $-٥ س^{٦} \div (-٧ س^{٢}) = \frac{٥}{٧} س^{٤}$ طرح الأسس

خطوات إجراء عملية الضرب (أو القسمة)

① ضرب الاشارات ② ضرب الأعداد ③ ضرب الرموز

ضرب حد جبرى فى مقدار وضرب مقدار فى مقدار

وفى هذه الحالة يتم توزيع ما خارج القوس على القوس كله

① $٣ (٢ س - ٤) = ٦ س - ١٢$
② $٢ س (٤ س + ٥ ص - ١) = ٨ س^{٢} + ١٠ س ص - ٢ س$
③ $(س + ٣)(س + ٢) = س^{٢} + ٢ س + ٣ س + ٦ = س^{٢} + ٥ س + ٦$
④ $(س - ٣)(٥ س + ٢) = ٥س^{٢} + ٢ س - ١٥ س - ٦ = ٥ س^{٢} - ١٣س - ٦$

كيفية فك مقدار به أس

① $(س + ٣)^{٢} = س^{٢} + ٦ س + ٩$ مربع الأول + ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى
② $(٢س - ٥)^{٢} = ٤س^{٢} - ٢٠س + ٢٥$ مربع الأول - ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى
③ $(س + ٥)^{٣} = (س + ٥)(س + ٥)^{٢}$

$= (س + ٥)(س^{٢} + ١٠ س + ٢٥)$

$= س^{٣} + ١٠ س^{٢} + ٢٥ س + ٥ س^{٢} + ٥٠ س + ١٢٥$

$= س^{٣} + ١٥ س^{٢} + ٧٥ س + ١٢٥$

تفكير ناقد : هل يمكنك إيجاد $(س + ١)^{٤}$ ؟

قوى العدد ١٠

① $٢٠٠ \times ٣٠٠ = ٦٠٠٠٠$ نضع الأصفار ونضرب ٢ × ٣
② $٥٠٠ \times ١٠٠٠ = ٥٠٠٠٠٠$ نضع الأصفار ونضرب ٥ × ١

تفكير ناقد : هل يمكنك إيجاد حاصل الضرب : ٣٠٠٠٠ × ٥٠٠٠ ؟

خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح

① $\frac{٣}{٧} \times ٢ + \frac{٣}{٧} \times ٦ - \frac{٣}{٧} = \frac{٣}{٧} \times (٢ + ٦ - ١) = \frac{٣}{٧} \times ٧ = ٣$
② $\frac{٢}{٥} \times ١٣ - \frac{٢}{٥} \times ٣ + \frac{٢}{٥} \times ١٠ = \frac{٢}{٥} \times (١٣ - ٣ + ١٠) = \frac{٢}{٥} \times ٢٠ = ٨$

تفكير ناقد :

بدون استخدام الآله الحاسبة أوجد قيمة : $\frac{١١}{١٢} \times \frac{٣}{٨} + \frac{١١}{١٢} \times \frac{٥}{٨} - \frac{١١}{١٢}$

الخريطة العامة للتحليل

خريطة التحليل

- إخراج العامل المشترك
- المقدار الثلاثى البسيط
- المقدار الثلاثى غير البسيط
- المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل
- الفرق بين مربعين
- مجموع المربعين
- الفرق بين مكعبين
- مجموع المكعبين
- التحليل بالتقسيم
- التحليل بإكمال المربع

❶ التحليل بإخراج العامل المشترك

① س^٢ + ٤ س = س (س + ٤)

② ٧ س + ١٤ = ٧ (س + ٢)

③ ١٥ س^٢ + ٩س − ٦ = ٣ (٥ س^٢ + ٣ س − ٢)

❷ تحليل المقدار الثلاثى البسيط

① س^٢ + ٥س + ٦ = (س + ٢) (س + ٣)

② س^٢ − ٥س + ٦ = (س − ٢) (س − ٣)

③ س^٢ + ٥س − ٦ = (س − ١) (س + ٦)

④ س^٢ − ٥س − ٦ = (س + ١) (س − ٦)

❸ تحليل المقدار الثلاثى غير البسيط

① ٢س^٢ + ٣ س + ١ = (٢س + ١)(س + ١)

② ٣س^٢ − ١٩س + ٦ = (٣س − ١)(س − ٦)

③ ١٥س^٢ + ٧س − ٤ = (٣س − ١)(٥س + ٤)

④ ٢س^٢ − س − ١٥ = (٢س + ٥)(س − ٣)

❹ تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

① س^٢ + ٦ س + ٩ = (س + ٣)^٢

② س^٢ − ١٠س + ٢٥ = (س − ٥)^٢

③ س^٢ + ٢ س + ١ = (س + ١)^٢

④ س^٢ − ١٤س + ٤٩ = (س − ٧)^٢

❺ تحليل مقدار الفرق بين المربعين

① س^٢ − ٢٥ = (س + ٥) (س − ٥)

② س^٢ − ١ = (س + ١) (س − ١)

③ ٢س^٢ − ٣٢ = ٢(س^٢ − ١٦)

= ٢ (س + ٤) (س − ٤)

❻ تحليل مقدار مجموع المربعين

① س^٢ + ٤ ② س^٢ + ١

③ س^٢ + ٢٥ ④ س^٢ + ١٦

مجمـوع المربعين على هذه الصورة لايحلل

❼ تحليل مقدار الفرق بين المكعبين

① س^٣ − ٨ = (س − ٢) (س^٢ + ٢س + ٤)

② س^٣ − ١ = (س − ١) (س^٢ + س + ١)

③ س^٣ − ٢٧ = (س − ٣) (س^٢ + ٣س + ٩)

④ س^٣ − ١٢٥ = (س − ٥) (س^٢ + ٥س + ٢٥)

❽ تحليل مقدار مجموع المكعبين

① س^٣ + ٨ = (س + ٢) (س^٢ − ٢س + ٤)

② س^٣ + ١ = (س + ١) (س^٢ − س + ١)

③ س^٣ + ٦٤ = (س + ٤) (س^٢ − ٤س + ١٦)

④ س^٣ + ١٢٥ = (س + ٥) (س^٢ − ٥س + ٢٥)

❾ التحليل بالتقسيم

المقـــدار = ﻡس + ب س + ﻡص + ب ص

= (ﻡس + ب س) + (ﻡص + ب ص)

= س(ﻡ + ب) + ص(ﻡ + ب)

= (ﻡ + ب)(س + ص)

❿ التحليل بإكمال المربع

نضيف ونطرح ($\frac{1}{2}$ معامل س)^٢

س^٢ + ٤س − ٥ = س^٢ + ٤س + ٤ − ٤ − ٥

= س^٢ + ٤س + ٤ − ٩

س^٢ + ٤س − ٥ = (س + ٢)^٢ − ٩

أخى الطالب إن هذة الصفحة تحتوى على كل أنواع التحليل التى سوف تواجهك فى دراستك لذا وجب عليك الاطلاع عليها بحرص شديد

الجذر التربيعى والتكعيبى للأعداد النسبية

(١) $\sqrt{١٦} = ٤$
(٢) $\sqrt{٤٩} = ٧$
(٣) $\sqrt[٣]{٨} = ٢$
(٤) $\sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$
(٥) $\sqrt{-٤} \notin$ ح عدد غير حقيقى
(٦) $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$
(٧) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢}$
(٨) $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧}{٨}} = \frac{٣}{٢}$

فرق بين : (١) $\sqrt{٩ + ١٦} = ٣ + ٤ = ٧$ جواب خطأ " اجمع أولا "
(٢) $\sqrt{٩ \times ١٦} = ٣ \times ٤ = ١٢$ جواب صحيح

ضرب وجمع الجذور وتبسيطها

قبل الخوض فى الجذور يجب معرفة :

١- يشترط عند ضرب الجذور أن تكون من نفس النوع فلا يوجد قاعدة لحساب : $\sqrt{٢} \times \sqrt[٣]{٥}$

٢- يشترط عند جمع الجذور أو طرحها أن تكون جذور متشابهة فلا يوجد قاعدة لحساب : $\sqrt{٢} + \sqrt{٣}$

٣- لاحظ أن : $\sqrt{٢} + \sqrt{٣}$ لا تجمع بينما $\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٦}$

(١) $٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٢} = ٨\sqrt{٢}$
(٢) $٣\sqrt{٢} + ٥\sqrt{٣}$ لا تجمع
(٣) $\sqrt{٢} \times \sqrt{٣} = \sqrt{٦}$
(٤) $\sqrt{٥} \times \sqrt{٧} = \sqrt{٣٥}$
(٥) $\sqrt{٧} \times \sqrt{٧} = ٧$
(٦) $\sqrt{٥} \times \sqrt{٥} = ٥$
(٧) $\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$
(٨) $\sqrt{٨} \times \sqrt{٢} = \sqrt{١٦} = ٤$
(٩) $\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٢٥} = \sqrt[٣]{١٢٥} = ٥$
(١٠) $\sqrt{٨} = \sqrt{٤ \times ٢} = ٢\sqrt{٢}$
(١١) $٤\sqrt{٧} + ٥\sqrt{٧} = ٩\sqrt{٧}$
(١٢) $\sqrt[٣]{٥} + \sqrt[٣]{٥} = ٢\sqrt[٣]{٥}$
(١٣) $٢ + \sqrt{٧}ت + ٣ - \sqrt{٧}ت = ٥$
(١٤) $-\sqrt[٣]{٥} + \sqrt[٣]{٥} =$ صفر

ملاحظة مهمة جدا على تبسيط الجذر :

لتبسيط الجذر $\sqrt{١٨}$ نبحث عن عددين حاصل ضربهما ١٨ بحيث يكون أحدها مربع كامل

فنجد أن : $\sqrt{١٨} = \sqrt{٣ \times ٦}$ ليست فى أبسط صورة

ولكن نجد : $\sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢} = ٣\sqrt{٢}$ فى أبسط صورة

التعويض فى الدالة

إذا كانت : $د(س) = ٢س^{٢} - ٥س - ٣$ فإن :

(١) $د(١) = ٢(١)^{٢} - ٥ \times ١ - ٣ = ٢ - ٥ - ٣ = ٢ - ٨ = -٦$
(٢) $د(٣) = ٢(٣)^{٢} - ٥ \times ٣ - ٣ = ٢ \times ٩ - ١٥ - ٣ = ١٨ - ١٨ = ٠$
(٣) $د(٠) = -٣$ عند التعويض عن قيمة س بالصفر فى الدالة خذ الحد المطلق فقط
(٤) $د(م) = ٢م^{٢} - ٥م - ٣$

بوجه عام :

عند التعويض عن قيمة س فى أى دالة نحذف س ونضع قيمتها ثم نجر عملية التبسيط

تعرف على المعادلة

٥ $س^٣$ + ٤ $س^٢$ - ٣ س - ١١ = صفر تسمى معادلة من الدرجة الثالثة " أعلى أس "

٥ : تسمى معامل $س^٣$ ٤ : تسمى معامل $س^٢$

- ٣ : تسمى معامل س - ١١ : تسمى الحد المطلق

عدد حلول أى معادلة يُساوى درجة المعادلة فعدد حلول المعادلة السابقة يُساوى ثلاثة حلول

تفكير ناقد : كم عدد حلول المعادلة : $س^٥$ + ٢ $س^٧$ – ١ = ٠ ؟

الأعداد مرفوعة الأسس الموجبة

(١) $٢^{صفر}$ = ١ (٢) $٥^٢$ = ٥ × ٥ = ٢٥

(٣) $٧^٣$ = ٧ × ٧ × ٧ = ٣٤٣ (٤) $٣^٥$ = ٣ × ٣ × ٣ × ٣ × ٣ = ٢٤٣

الأعداد مرفوعة الأسس السالبة

(١) $٢^{-١} = \frac{١}{٢}$ (٢) $٥^{-٢} = \frac{١}{٥^٢} = \frac{١}{٢٥}$

(٣) $٧^{-٣} = \frac{١}{٧^٣} = \frac{١}{٣٤٣}$ (٤) $٣^{-٥} = \frac{١}{٣^٥} = \frac{١}{٢٤٣}$

قانون التحويل

$$م^{-ن} = \frac{١}{م^ن}$$

ملاحظات مهمة جدا :

١- لاتوجد طريقة مباشرة للتعامل مع الأس السالب إنما يحول إلى أس موجب

٢- إن المقصود بالأس السالب هو كسر

٣- إن المقصود بالأس هو عدد تكرار العدد

قوانين الأسس

(١) $م^ن$ = م × م × م × .... (إلى من ن المرات)

(٢) $س^ن × س^م = س^{ن + م}$ (نجمع الأسس)

(٣) $س^ن ÷ س^م = س^{ن - م}$ (نطرح الأسس)

(٤) $(س^ن)^م = س^{ن × م}$ (نضرب الأسس)

(٥) $(س × ص)^ن = س^ن × ص^ن$ (نوزع الأسس)

(٦) $(عدد\ سالب)^{عدد\ فردى}$ = عدد سالب

(٧) $(عدد\ سالب)^{عدد\ زوجى}$ = عدد موجب

قانون التحويل بين الجذر والأس

(١) $\sqrt{س} = س^{\frac{١}{٢}}$ (٢) $\sqrt[٣]{س} = س^{\frac{١}{٣}}$ (٣) $\sqrt[٤]{س} = س^{\frac{١}{٤}}$ ، ......

(٤) $\sqrt{س^٥} = س^{\frac{٥}{٢}}$ (٥) $\sqrt{س^٨} = س^٤$ (٦) $\sqrt[٤]{س^٧} = س^{\frac{٧}{٤}}$ ، ......

قانون التحويل

$$\sqrt[ن]{س^م} = س^{\frac{م}{ن}}$$

لاحظ أن :

الجذر التربيعى للعدد : $س^{عدد\ زوجى}$ يُساوى $س^{نصف\ العدد\ زوجى}$ ، انظر مثال (٥)

حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين

أوجد مجموعة الحل للمعادلتين : ٣ س + ٢ ص = ١ ، ٢ س − ص = − ٤

الحل

نحاول أن نساوى معاملى أحد المجهولين لذا :

سنضرب المعادلة الثانيه فى ٢ حتى يُصبح معامل ص فى المعادلتين ثابت

٣ س + ٢ ص = ١

٤ س − ٢ص = − ٨ بالجمع

٧ س = − ٧ بالقسمة على ٧

∴ س = − ١ بالتعويض فى المعادلة الأولى

∴ ٣ × (− ١) + ٢ ص = ١ ∴ ٢ ص = ٤

∴ ص = ٢ ∴ م.ح = {(− ١ ، ٢)}

حاول أن تحل : أوجد مجموعة الحل للمعادلتين : س + ص = ٣ ، ٢ س − ٣ ص = ١

بعض المسائل التى قد تواجه الطالب

أوجد قيمة س :

$$\frac{٣ س + ١}{٧} = \frac{٢ س - ١}{٥}$$

الحل

٥ (٣ س + ١) = ٧ (٢ س - ١)

١٥ س + ٥ = ١٤ س − ٧

١٥ س − ١٤ س = - ٧ − ٥

س = - ١٢

أوجد قيمة س :

$$\frac{س}{٦} = \frac{١٠}{٧ + س}$$

الحل

س (س + ٧) = ٦٠

س ^٢^ + ٧ س − ٦٠ = ٠

(س + ١٢) (س − ٥) = ٠

س = - ١٢ أ، س = ٥

حاول أن تحل : أوجـد قيمـة س فى كل من :

① $\frac{س + ١}{س - ٢} = \frac{س}{س - ١}$ ② $\frac{س}{٦} = ٣$ ③ $\frac{٦}{س} = ٣$

ترتيب إجراء العمليات الرياضية

إذا سألتك سؤال أوجد قيمة : ٨ - ٢ × ٣ فماذا تكون الاجابة ١٨ أم ٢ ؟

① ٨ − ٢ × ٣ = ٨ − ٦ = ٢

② ١٦ + ١٠ ÷ ٢ = ١٦ + ٥ = ٢١

③ ٣ (٥ + ٦) = ٣ × ١١ = ٣٣

④ ٩ + ٤ × $٣^٢$ = ٩ + ٤ × ٩ = ٩ + ٣٦ = ٤٥

⑤ (٢ × ٦) − (٤ ÷ ٢) = ١٢ − ٢ = ١٠

ترتيب إجراء العمليات الرياضية
- الأقواس
- الأسس
- الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار
- الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

تفكير ناقد : أوجد ناتج :

① ٥ × ٨ + ١٢ ÷ ٣ − ٤ × ٥

② ١٢٠ − (٦٤ ÷ $٢^٣$) × ٤

تنويه : للتأكد من الحل استخدم الآله الحاسبة

بعض قواعد الحساب الذهنى الخفيفة

مربع أى عدد آحاده ٥

① (١٥)^{٢} = ٢٢٥

② (٢٥)^{٢} = ٦٢٥

③ (٦٥)^{٢} = ٤٢٢٥

القاعدة

لحساب مربع أى عدد آحاده يُساوى ٥ نبدأ بالعدد ٢٥ ثم نضرب باقى الرقم فى العدد الصحيح الذى يليه

ضرب أى عدد فى ١١

① ١٢ × ١١ = ١٣٢

② ٣٥ × ١١ = ٣٨٥

③ ٢٦ × ١١ = ٢٨٦

القاعدة

لحساب حاصل ضرب أى عدد فى ١١ اكتب العدد كما هو وضع بين رقميه مجموع رقميه

ضرب أى عدد فى ٥

① ٤٦ × ٥ = ٢٣٠

② ٣٢ × ٥ = ١٦٠

③ ٢١٠ × ٥ = ١٠٥٠

القاعدة

لحساب حاصل ضرب أى عدد فى ٥ اقسم العدد على ٢ ثم اضرب الناتج فى ١٠

كتابة مجموعة الحل

تختلف المعادلة عن المتباينة فى مجموعة الحل والأمثلة الآتية قد توضح الفارق :

س / أوجد مجموعة الحل لكل مما يأتى :

(١) س − ١ = ٣

الحل

س = ٤

∴ مجموعة الحل = {٤}

(٢) س − ١ > ٣

الحل

س > ٤

∴ س ∈]٤ ، ∞[

(٣) س − ١ < ٣

الحل

س < ٤

∴ س ∈]−∞ ، ٤[

لاحظ المعادلة :

س^{٢} − ٥ س + ٦ = ٠ ⟸ (س − ٢)(س − ٣) = ٠

هنا تجدر الاشارة إلى أن : جذرى المعادلة هما ٢ ، ٣ أما مجموعة الحل {٢ ، ٣}

العدد الزوجى والعدد الفردى

العدد الزوجى هو العدد الصحيح الذى يقبل القسمة على ٢ مثل : ١٢ ، ٦٨٨ ، ١٣٦٢٧٤

العدد الفردى هو العدد الصحيح الذى لا يقبل القسمة على ٢ مثل : ٢١ ، ٦٤٧ ، ٦٥٩١٢٩

قاعدة النسبة المئوية

النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$ × ١٠٠ ٪

فمثلا : فصل به ٤٥ ولد وبنت ، عدد البنات ١٨ بنت فإن :

النسبة المئوية التى تُمثلها البنات = $\frac{١٨}{٤٥}$ × ١٠٠ ٪ = ٤٠ ٪

معرفة خانة الآحاد فى حاصل الضرب

إذا سألتك سؤالا ما هو خانة آحاد العدد ٧٥٩ سترد بك ببساطة وتقول خانة الآحاد ٩
ولكن لو سألتك سؤالا آخر ما خانة آحاد العدد ٢٢ × ٦٥٤ × ٩٨١٢١ × ٦٥٤١٣ فماذا تكون الإجابة ؟
الإجابة على هذا السؤال سهلة جدا وهى :
نضرب الآحاد فقط : ٢ × ٤ × ١ × ٣ = ٤ ...... أى أن خانة الآحاد تُساوى ٤

ترتيب ثلاثة كسور

رتب تصاعديا الكسور الآتية : $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{١}{٣}$ ؟

نوجد : مقامين × بسط الآخر ثم نقارن البسط

٥ × ٧ × ①   ٥ × ٣ × ⑤   ٧ × ٣ × ②

٣٥   ٧٥   ٤٢

أى أن الترتيب التصاعدى هو : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٥}{٧}$

مقارنة الكسور

أى من الكسور الآتية أقل من النصف : $\frac{٩}{١٦}$ ، $\frac{٨}{١٧}$ ، $\frac{١٢}{٢٤}$ ، $\frac{١٤}{٢٧}$

لما كان المطلوب أقل من $\frac{١}{٢}$ لذا سنضرب بسط كل من الكسور فى ٢ وناتج العملية إذا كان البسط أصغر من المقام الأصلى للكسر كان هو الكسر المطلوب

بمتابعة الكسور نجد أن الكسر الأقل من النصف هو $\frac{٨}{١٧}$ لأن : ٨ × ٢ = ١٦ أقل من ١٧

تنويه : بنفس الطريقة يُمكن معرفة الكسر الأقل من : $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، ....

قاعدة جمع أى كسر مع العدد ١

القاعدة هى : $١ + \frac{س}{ص} = \frac{ص + س}{ص}$

① $١ + \frac{٣}{٤} = \frac{٧}{٤}$ ② $١ + \frac{٥}{٣} = \frac{٨}{٣}$ ③ $١ + \frac{٢}{٧} = \frac{٩}{٧}$

تبسيط الكسور

لتبسيط الكسر إلى أبسط صورة قُم بتحليل ثم حذف العوامل المشتركة للبسط والمقام

فمثلا : $\frac{٢٨}{٣٦} = \frac{٤ \times ٧}{٤ \times ٩} = \frac{٧}{٩}$

تفكير ناقد :

أوجد فى أبسط صورة : $\frac{١٦}{٢٤}$ ، $\frac{١٢٨}{١١٢}$ ، $\frac{٣٥}{٢١}$ ، $\frac{٣٠}{٤٠}$

مقياس الرسم

كثيرا من الطلاب يسمعون هذا اللفظ ولكن لا يعلمونه

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول فى الرسم}}{\text{الطول الحقيقى}}$$

فمثلا : المسافة بين بلدين ٣٥ كم ، فإذا كانت المسافة بين البلدين على الخريطة ٥ سم

فإن : مقياس الرسم = ٥ : ٣٥٠٠٠٠٠ = ١ : ٧٠٠٠٠٠

عدد المصافحات أو السلام

عدد المصافحات التى تتم بين مجموعة من الشخاص عددهم ن يُساوى $\frac{\text{ن} \times (\text{ن} - ١)}{٢}$

فمثلا : عدد المصافحات التى تتم بين ١٠ أصدقاء = ٤٥ مصافحة حيث : ن = ١٠

مجموع الأعداد الطبيعية

مجموع الأعداد الطبيعية من ١ إلى س يُساوى $\frac{\text{س} \times (\text{س} + ١)}{٢}$

فمثلا : مجموع الأعداد من ١ إلى ٥٠ يُساوى ١٢٧٥

حساب عدد الصفحات

لحساب عدد الصفحات التى تقرأها من كتاب من صفحة .... إلى صفحة .... نطرح العددين ثم نضيف ١

لحساب عدد الصفحات التى تقرأها من كتاب بين صفحتى ..... ، ......١٧ نطرح العددين ثم نطرح ١

عدد الصفحات = النهاية – البداية ± ١

مثال : عدد الصفحات التى تقرأها من كتاب من صفحة ١٤ إلى صفحة ١٣٧ = ١٣٧ – ١٤ + ١ = ١٢٤

مثال : عدد الصفحات التى تقرأها من كتاب بين صفحتى : ١٤ ، ١٣٧ = ١٣٧ – ١٤ – ١ = ١٢٣

معرفة اليوم أو الشهر بعد أى مدة زمنية

اليوم هو الأربعاء فبعد ١٠٠ يوم ماذا يكون ؟

فكرة هذا السؤال هو أن بعد ٧ أيام نعود إلى نفس اليوم "الأربعاء" وبذلك فإن أى عدد يقبل القسمة على ٧ نذهب إلى نفس اليوم أى أن بعد ٩٨ يوم يكون يوم الأربعاء وبالتالى بعد ١٠٠ يوم يكون الجمعة

الشهر هو أكتوبر فبعد ١٢٢ شهر ماذا يكون ؟

فكرة هذا السؤال هو أن بعد ١٢ شهر نعود إلى نفس الشهر "أكتوبر" وبذلك فإن أى عدد يقبل القسمة على ١٢ نذهب إلى نفس الشهر أى أن بعد ١٢٠ شهر يكون شهر أكتوبر وبالتالى بعد ١٢٢ شهر يكون ديسمبر

تفكير ناقد :

(١) إذا كان اليوم هو السبت فبعد ٣٤٥٦٨ يوم ماذا يكون ؟

(٢) إذا كان الشهر الحالى هو شهر مارس بعد ٧٨٤٥١٠٢ شهر ماذا يكون ؟

التحويلات بين الوحدات

الأطوال	
١ كلم	١٠٠٠ م
١ متر	١٠٠ سم
١ متر	١٠ ديسمتر
١ سم	١٠ مم
١ بوصة	٢,٥ سم
١ قدم	١٢ بوصة
١ ياردة	٣ قدم
١ ياردة	٩١,٤٤سم
١ قدم	٣٠,٤٨سم
١ كلم	١٠٠ديكامتر
القصبة	٣,٥٥ متر
١ ميل	١٧٦٠ياردة
١ ميل	١٦٠٩ متر

المساحات	
١ كم^{٢}	مليون متر مربع
١ مترمربع	١٠٠ دسم مربع
١ سم^{٢}	١٠٠ ملم^{٢}
١دسم مربع	١٠٠ سم^{٢}
١ مترمربع	١٠٠٠٠سم^{٢}
١ هكتار	١٠٠٠٠ متر^{٢}
١ قصبة	٢٤ متر^{٢}
١ فدان	٢٤ قيراط
١ قيراط	٢٤ سهم
١ فدان	٤٢٠٠ متر^{٢}
١ مترمربع	١,٢ياردة مربعة
١ميل مربع	٢,٥٩كلم^{٢}
١قيراط مربع	١٧٥ متر^{٢}

الحجوم	
١ لتر	١٠٠٠ سم^{٣}
١ لتر	١٠٠٠ ملل
١ متر مكعب	١٠٠٠ لتر
١ لتر	١ دسم مكعب
١كم^{٣}	١٠^{٩} متر^{٣}
١سم^{٣}	١٠٠٠ملم^{٣}

الأوزان	
١ طن	١٠٠٠ كجم
١ كجم	١٠٠٠ جرام
١ طن	١٠^{٦} جرام
١ ملجم	٠,٠٠١ جم
١ أوقية	٣٧,٤٤ جم
١ رطل	١٢ أوقية

الزمن	
١ ساعة	٦٠ دقيقة
١ دقيقة	٦٠ ثانيه
١ ساعة	٣٦٠٠ ثانيه
١ سنة	١٢ شهر
١ يوم	٢٤ ساعة

الزمن	
١ أسبوع	٧ أيام
القرن	١٠٠ سنة
العقد	١٠ سنوات
الجيل	٣٣ سنة
الفرق بين العقد والجيل ١٠ سنوات	

بعض المعايير المنزلية	
١ سم^{٣} من الماء	١ جرام
ملعقة شاى	٤ سم^{٣}
١ كوب مياه	٢٥٠ - ٣٠٠ سم^{٣}
فنجان شاى	حوالى ١٥٠ سم^{٣}
ملعقة شوربة	١٦ سم^{٣}

بعض المتطابقات الهامة

المتطابقات الرياضية الهامة هى متساويات وتسهل عملية الحساب ومن أهمها :

① $(\text{أ} + \text{ب})^{٢} = \text{أ}^{٢} + ٢\,\text{أ}\,\text{ب} + \text{ب}^{٢}$

② $(\text{أ} - \text{ب})^{٢} = \text{أ}^{٢} - ٢\,\text{أ}\,\text{ب} + \text{ب}^{٢}$

③ $(\text{أ} + \text{ب})^{٣} = \text{أ}^{٣} + ٣\,\text{أ}^{٢}\,\text{ب} + ٣\,\text{أ}\,\text{ب}^{٢} + \text{ب}^{٣}$

④ $(\text{أ} - \text{ب})^{٣} = \text{أ}^{٣} - ٣\,\text{أ}^{٢}\,\text{ب} + ٣\,\text{أ}\,\text{ب}^{٢} - \text{ب}^{٣}$

⑤ $\text{ل}^{٢} + \text{م}^{٢} = (\text{ل} + \text{م})^{٢} - ٢\,\text{ل}\,\text{م}$

⑥ $(\text{ل} - \text{م})^{٢} = (\text{ل} + \text{م})^{٢} - ٤\,\text{ل}\,\text{م}$

⑦ $\text{ل}^{٣} + \text{م}^{٣} = (\text{ل} + \text{م})\,[(\text{ل} + \text{م})^{٢} - ٣\,\text{ل}\,\text{م}]$

⑧ $\text{ل}^{٣} - \text{م}^{٣} = (\text{ل} - \text{م})\,[(\text{ل} + \text{م})^{٢} - \text{ل}\,\text{م}]$

تفكير ناقد :

بدون استخدام الآله الحاسبة أوجد قيمة : $(٧٣)^{٢} + ٢ \times ٧٣ \times ٢٧ + (٢٧)^{٢}$

تنويه : قد تُفيدك المتطابقة الأولى

التخمين الذكى

ماذا تفعل لو قابلت سؤال اختر من متعدد لا تملك أى فكرة عنه تماما ؟

إن الخيار الأنسب فى هذه اللحظة هو خيار التخمين الذكى ، فالمثال التالى يوضح هذه الفكرة :

س / منطقة مظللة مرسومة داخل نصف دائرة نصف قطرها نق فإن مساحتها ....

[$\frac{1}{2}$ ط نق^2 أ، $\frac{2}{3}$ ط نق^2 أ، $\frac{1}{4}$ ط نق^2 أ، $\frac{3}{4}$ ط نق^2]

الحل :

نعلم جميعا أن مساحة الدائرة ط نق^2 وبالتالى فإن مساحة نصف الدائرة $\frac{1}{2}$ ط نق^2

أى أن المساحة المطلوبة لابد وأن تكون أقل من نصف مساحة الدائرة أى أننا سوف نستبعد كل من الخيار الأول ، الثانى ، الرابع فهذه الخيارات أكبر من نصف الدائرة ، لذا يكون الجواب $\frac{1}{4}$ ط نق^2

التأكد من صحة الحل

يغفل معظم الطلبة التأكد من صحة الحل فهو بمجرد أن يصل إلى الجواب النهائى يظن بذلك أنه قد قام بحل المسألة بنسبة ١٠٠ ٪ وفى الواقع هذا الكلام غير صحيح فالتأكد من الحل قد يجعل حل المسألة مؤكد وسأقدم هذا النموذج الذى يوضح فكرة التأكد من الحل .

س/ أوجد مجموعة الحل للمعادلة : س^2 – ٣ س – ٤ = ٠

الحل : (س + ٤) (س - ١) = ٠ ∴ س = -٤ أ، ١

التأكد من الحل : بالتعويض فى المعادلة بأحد القيمتين ولتكن القيمة ١

∴ ١ – ٣ – ٤ = - ٦ ≠ ٠ وهذا ينذر بأن الحل غير صحيح ، لذا فإن التحليل خطأ

∴ (س – ٤) (س + ١) = ٠ ∴ س = ٤ أ، - ١

نسبة التحسن

ومن خلال نسبة التحسن يُمكن معرفة مستواك

$$\text{نسبة التحسن} = \frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{الدرجة الأولى}} \times ١٠٠ \%$$

فمثلا : حصل أحمد على ١٥ درجة فى امتحان الرياضيات لشهر أكتوبر وفى شهر نوفمبر حصل على ١٨ درجة

$$\text{فإن : نسبة التحسن} = \frac{٣}{١٥} \times ١٠٠ \% = ٢٠ \%$$

وينبغى لكل طالب أن يطبق هذه النسبة على نفسه حتى يعرف إلى أى مدى وصل مستواه

تفكير ناقد :

تقدم مُحمد لثلاثة امتحانات فى مادة الرياضيات فى ثلاثة شهور وكانت درجاته هى : ٩ ، ١٤ ، ٨

هل يمكنك وصف مستوى مُحمد .

النسبة والتناسب

$$\text{أ} \times \text{ء} = \text{ب} \times \text{ج} \Longleftarrow \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{ء}} \qquad \text{فمثلا : } ٢\,\text{س} = ٥\,\text{ص} \quad \therefore \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٥}{٢}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ج}}{\text{ء}} \Longleftarrow \frac{\text{أ}}{\text{ج}} = \frac{\text{ب}}{\text{ء}} \quad \text{" } \frac{\text{مقدم}}{\text{مقدم}} = \frac{\text{تالى}}{\text{تالى}} \text{ "} \quad \text{فمثلا : } \frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٥} \quad \therefore \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٣}{٥}$$

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٥} \Longleftarrow \text{أ} = ٣\,\text{م} \text{ ، ب} = ٥\,\text{م حيث : م ثابت} \neq \text{صفر}$$

ملاحظة مهمة : أى نسبة لا تتغير إذا ضُرب كل من حديها فى نفس العدد

التناسب

إذا كان سعر ٤ أقلام ١٥ جنيه ، فكم يكون سعر ١٠ أقلام ؟

الحل :

سعر ٤ أقلام ⟵ ١٥ جنيه

سعر ١٠ أقلام ⟵ س جنيه

$$\therefore \text{س} = \frac{١٠ \times ١٥}{٤} = ٣٧{,}٥ \text{ جنيه}$$

تفكير ناقد :

اشترى مُحمد١٢قلم بسعر ٣٥ جنيه ، ذهب الأستاذ نجاح ليشترى ١٨ قلم من نفس النوع ، ماذا سيدفع ؟

كيف تعرف قابلية القسمة

أقدم لك عزيزى الطالب فى هذا الجدول بعض قواعد قابلية القسمة

العدد يقبل القسمة على	إذا كان	مثال
٢	إذا كان العدد زوجى	٦٥٢١٠ ، ٣٢١٧٨٩٢٤ ، ٥٦٥٨٦
٣	إذا كان مجموع أرقام العدد يقبل القسمة على ٣	٣٤٥ ، ٦٤٩٢ ، ١١١
٤	إذا آحاد وعشرات العدد يقبل القسمة على ٤	٥٨٢٤ ، ٦٩٨٤٠ ، ٦٩٩٨٩١٦
٥	إذا كان آحاد العدد . أو ٥	٣٥٢٠ ، ٦٩٧٨٤٥ ، ٦٥٠
٦	إذا كان العدد يقبل القسمة على ٣ ، ٢	٣٥٤ ، ٩٥١٦ ، ٣٢٧٢٤
٨	إذا كان آحاد وعشرات ومئات العدد يقبل على ٨	٤٣٤١٦ ، ٤٥٦٣٢
٩	إذا كان مجموع أرقام العدد يقبل القسمة على ٩	٦٣٤٥ ، ٢٠٨٣٥٦٣
١٠	إذا كان آحاد العدد صفر	٦٥٠ ، ٩٨٦٠ ، ٦٠٠

تفكير ناقد :العدد ١١٩ يقبل القسمة على : [٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧] " لاتستخدم الآله الحاسبة "

الفرق بين المعادلة والمتطابقة

المعـادلـة : تتحقق لبعـض القيـم   فمثلا : س + ٤ = ٥

المتطـابقـة : تتحقق لجميـع القيـم   فمثلا : س (س + ١) = س^٢ + س

الفرق بين الموجب والزائد

المـوجب إشـارة عـــدد   فمثلا : ٢ تقرأ مـوجـب ٢

الـزائـد عمليـة رياضيـة   فمثلا : ٣ + ٢ تقـرأ ٣ زائـد ٢

الفرق بين السالب والناقص

السالب إشـارة عـــدد   فمثلا : -٢ تقرأ سالب ٢

الناقص عمليـة رياضيـة   فمثلا : ٣ - ٢ تقـرأ ٣ ناقص ٢

الفرق بين النسبة والمعدل

ربما كثير منـا لا يفـرق بين النسبة والمعدل وفي الحقيقة مفهوم النسبة أشمل من مفهوم المعدل فكل معدل يقال له نسبة ولكن العكس غير صحيح فالنسبة هي المقارنة بين مقدارين من النوع نفسه و المثال على ذلك : نسبة عُمر أحمد الى عُمر محمد $\frac{٣}{٤}$ وأما المعدل فهو المقارنة بين مقدارين من نوعين مختلفين أي بين وحدات الطول ووحدات الزمن أو بين وحدات المساحه ووحدات الحجوم وهكذا و المثال على ذلك :
تقطع سيارة ما مسافة ٥٠ كم لكل ساعة وتكتب رياضيًا ٥٠ كم/ساعة

الفرق بين الجذر المنطق والجذر الأصم

الجذر المنطق : هو الذى يمكن استخراجه من تحت جذره ، فمثلاً : $\sqrt{٢٥} = ٥$

الجذر الأصم : هو الذى لا يمكن استخراجه من تحت جذره ، فمثلاً : $\sqrt{٧}$

الفرق بين الأعداد المربعة الكاملة والأعداد المكعبة الكاملة

المربع الكامل : هو العدد الموجب الذى يُكتب فى صورة (عدد)^٢   فمثلا : ١٦ = ٤^٢

المكعب الكامل : هو العدد الذى يُكتب فى صورة (عدد)^٣   فمثلا : ١٢٥ = ٥^٣

الفرق بين العدد والرقم

لا يعرف الكثير منا الفرق بين العدد والرقم فنقول أن الأرقام هى :٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ والأعداد هى تلك التى تتكون من رقمين أو أكثر مثل : ٢٥ ، ١٢٤ ، .... وهذا الكلام غير صحيح

فالرقم : هو الذى يعبر عن وحد ة واحدة وواحدة فقط

والعدد : هو الذى يعبر عن مجموعة حتى وان كانت خالية

فقد يكون : ٩ عددا إذا قلت إن الفصل به تسعة طلاب فقد عبرَت ٩ عن مجموعة

وقد يكون : ٩ رقما إذا قلت إن رقمى فى الكشف ٩ فقد عبرَت ٩ عن فرد

لمحة تاريخية عن الأرقام

الأرقام العربية : .... - 5 – 4 – 3 – 2 – 1

الأرقام الهندية : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ....

بعض الأخطاء التى قد تقع فيها ومعالجتها

المثال	الخطأ	الصواب	المثال	الخطأ	الصواب
٢ (س + ٥)	٢ س + ٥	٢ س + ١٠	(س + ٥)^{٢}	س^{٢} + ٢٥	س^{٢} + ١٠ س + ٢٥
√٣ + √٣	√٦	٢√٣	أ/ب = ٣/٢	أ = ٣ ، ب = ٢	أ = ٣ك ، ب = ٢ك
-٣ - ٥	٨	- ٨	(٣ + ٥)/(٤ + ٥)	٣/٤	٨/٩
٢ + ٣ × ٤	٢٠	١٤	(٣/٥)^{٢}	٩/٥	٩/٢٥
٢/٣ + ٥/٣	٧/٦	٧/٣	٣ ٢/٥	٦/٥	١٧/٥
٣^{٢}	٣ × ٢ = ٦	٣ × ٣ = ٩	٣ < س ≤ ٦	[٦ ، ٣]	] ٦ ، ٣]
√٨ - √٢	√٦	√٢	(أ ب)^{٢}	أ ب تربيع	أ ب الكل تربيع
- ٢ ت + ٥ ت	- ٨ ت	٣ ت	(٤ + ت)/٥	٤/٥ + ت	٤/٥ + ١/٥ ت
س × س	٢ س	س^{٢}	٣/٢	(٣ + ٦)/(٢ + ٦)	(٣ × ٦)/(٢ × ٦)
س + س	س^{٢}	٢ س	∛(-٨)	ليس لها معنى	- ٢
س^{٢} = ٩	س = ٣	س = ± ٣	اضرب -٢ فى -٣	-٢ × -٣	-٢ × (-٣)
√(٩ + ١٦)	٣ + ٤ = ٧	√٢٥ = ٥	- (س^{٢} + ٥)	- س^{٢} + ٥	- س^{٢} - ٥
س^{٢} = ٩	{ ± ٣ }	{ ٣ ، - ٣ }	س^{٢} + ٤ = ٠	{ ∅ }	∅
٢ س = ٣ ص	س/ص = ٢/٣	س/ص = ٣/٢	٦/س = ٣	س = ٦ × ٣	س = ٦/٣ = ٢
مربع ٣ س	٣ س^{٢}	٩ س^{٢}	مربع - ٣	- ٩	٩
√١٦	± ٤	٤	(٢ س + ٦)/٢	س + ٦	س + ٣
-√١٦	∅	- ٤	س^{٢} = ٣س	س = ٣	س = ٣ أ، صفر
√(٢س^{٢})	٢ س	√٢ س	(جا س)^{٢}	جا س^{٢}	جا^{٢} س
(٨ - ٣)/٢	٤ - ٣ = ١	٥/٢	طرح ٢ من ٣	٢ - ٣	٣ - ٢
٢/(٣س)	٢/٣ س	٢/٣ س$^{-١}$	جمع ٢ من -٣	٢ + ٣	٢ - ٣
٢√٣	√(٢ × ٣)	√(٤ × ٣)	٢(س + ١)^{٢}	(٢ س + ٢)^{٢}	٢(س^{٢} + ٢س + ١)
س^{٢} - ٢س + ١ = ٠	{ ١ ، ١ }	{ ١ }	(٢ س + ٢)^{٢}	٢(س + ١)^{٢}	٤(س + ١)^{٢}
(س^{٣})^{٢}	س^{٥}	س^{٦}	٧(- ٤)	٣	- ٢٨
٢/٠	صفر	غير معرف	صفر/صفر	غير معرف	كمية غير معينة
٢/٣ + ٢/٥	٢/٨	١٦/١٥	٢س + ٣ص	٥ س ص	٢س + ٣ص تبقى كما هى
π	= ٢٢/٧	≈ ٢٢/٧	مساحة المربع	١٦ سم	١٦ سم^{٢}
٢ + ٣/٢	٣	٧/٢	√٢ + √٣	√٥	تبقى كما هى

بعض رموز الرياضيات ودلالتها

الرمز	دلالته	الرمز	دلالته
$\because$	بما أن	$\simeq$	يُساوى تقريبا
$\therefore$	إذن	$\Longleftarrow$	يؤدى إلى
$\overline{ا ب}$	القطعة المستقيمة $\overline{ا ب}$	$\forall$	لكل
$\overleftarrow{ا ب}$	الشعاع $\overleftarrow{ا ب}$	$\supset$	مجموعة جزئية من
//	يوازى	ك	مجموعة الأعداد المركبة
$\perp$	عمودى على	لو	يرمز لكلمة لوغاريتم
$\ni$	ينتمى إلى	$\equiv$	التطابق أو التكافؤ
$\not\ni$	لا ينتمى إلى	θ	ثيتا
نق	نصف قطر الدائرة	α	ألفا
π	باى	β	بيتا
$\sim$	التشابه	γ	جاما

المغالطات الرياضية

المغالطات الرياضية : Mathematical fallacies

الأخطاء الرياضية : Mathematical errors

الحيل أو الخدع الرياضية : mathematical tricks

هي أن تعطى خطوات متتابعة ويكون بعضها خاطيء مما يترتب عليه الوصول لعلاقة رياضية خاطئة قد يصعب اكتشافها. والجدير بالذكر أن الكثير من طلابنا قد يقعون فيها ، وإليك أخي بعض المغالطات :

المغالطة الأولى : أوجد قيمة س فى المعادلة : $س^{٢}$ = ٤ س

الحـــل : بقسمة طرفى المعادلة على س $\therefore$ س = ٤

المعالجة : لا يجوز القسمة على س لذلك نجد أن : $س^{٢}$ – ٤ س = ٠ $\therefore$ س(س – ٤) = ٠ $\therefore$ س = ٠ أ، ٤

المغالطة الثانيه : سؤال بالصف الثانى الثانوى : أوجد قيمة س : لو $س^{٢}$ = ٢

الحـــل : ٢ لو س = ٢ $\therefore$ لو س = ١ $\therefore$ س = ١٠

المعالجة : لو $س^{٢}$ = ٢ $\therefore$ $س^{٢}$ = $١٠^{٢}$ $\therefore$ س = ± ١٠

المغالطة الثالثة : أثبت أن : ٢ = ١

الحـــل : $س^{٢}$ – $س^{٢}$ = $س^{٢}$ – $س^{٢}$ $\therefore$ (س – س)(س + س) = س (س – س)

$\therefore$ س + س = س $\therefore$ ٢ س = س $\therefore$ ٢ = ١

المعالجة : ذكرنا سالفًا أنه لا يجوز القسمة على الصفر(س – س)

الألغاز الرياضية

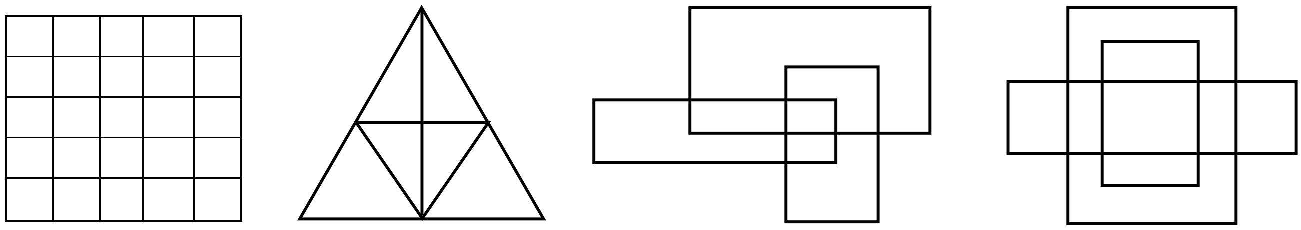
ينبغى للطالب الذكى أن يتمرس على الألغاز الرياضية فهى تعمل على تنمية :

١- القدرة على التركيز والتحدى .　　　　٢- تنظيم الوقت .

٣- القدرة على الصبر والمثابرة .　　　　٤- التدريب العقلى .

اعلم أخى الطالب " لايُمكنك معرفة قدراتك إلا بعد المحاولة "

اللغز الأول : كم عدد المثلثات والمستطيلات والمربعات ؟



اللغز الثانى : قيمة س فى الجدول :

١٠	٥	٣	٣	٢
١٠	٤	٢	٣	٤
س	٨	٢	٤	٥
٥٧	٩	٦	٨	٣
٢٥	٥	٢	٨	٧

اللغز الثالث :

هـل يُمكنك إكمال الجـدول المقـابل بالأعداد من : ١ إلى ٢٥ بحيث يكون مجموع الأعـداد فى كل صف مساويًا لمجموع الأعداد فى كل عمود مساويًا لمجمـوع الأعـداد فى كـل قطـر

اللغز الرابع : يقوم عامل بدهان حائط فى ٤ ساعات وعامل آخر يقوم بدهان نفس الحائط فى ٦ساعات ، إذا قام العاملان بدهان نفس الحائط معا فى نفس الوقت كم سيستغرقون ؟

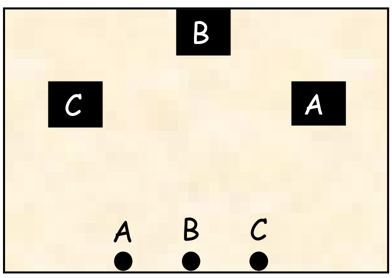
اللغز الخامس :

الشكل المقابل يُمثل ثلاث لمبات كهربائية مثبتة على لوح خشبى حاول توصيل كل مفتاح C ، B ، A مع اللمبة الخاصة به مع مراعاات :

١- عدم حدوث ماس كهربى أى لا يتقاطع أيًا من الأسلاك

٢- عدم الخروج من إطار اللوح الخشبى .

٣- عدم تغيير أماكن اللمبات الثلاث .

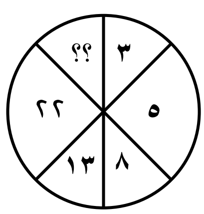


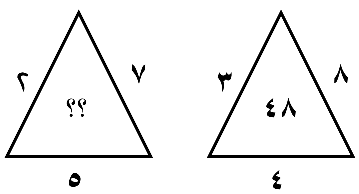
اللغز السادس: من الأقصر طولا إذا كان أحمد ومحمود متساويين فى الطول وعادل أقصر من نجاح بينما نجاح أطول من محمود وأحمد أقصر من عادل ؟

اللغز السابع : كلمة سامح بالنسبة لكلمة حسام مثل العدد ٥٣٤٢ بالنسبة للعدد ....

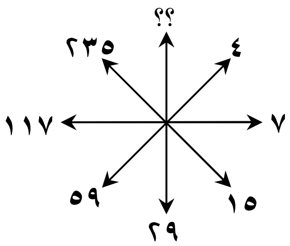
اللغز الثامن : إذا كانت : ريهام = ٣ ، ساره = ٤ ، مها = ٢ ، هناء = ١ فإن : نهى = ...

اللغز التاسع : ما هو العدد المجهول ؟





١٩	٩	١٧
٢٣	١٢	٢٥
١٣	؟؟	٣١



عجائب الأرقام

عجائب الرقم ٨

٨ × ٥ = ٤٠
٨٨ × ٥ = ٤٤٠
٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٠
٨٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٤٠
٨٨٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٤٤٠
٨٨٨٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٤٤٤٠
٨٨٨٨٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٤٤٤٤٠

عجائب الرقم ٩٩

٩٩ × ١ = ٩٩
٩٩ × ٢ = ١٩٨
٩٩ × ٣ = ٢٩٧
٩٩ × ٤ = ٣٩٦
٩٩ × ٥ = ٤٩٥
٩٩ × ٦ = ٥٩٤
٩٩ × ٧ = ٦٩٣

عجائب الرقم ٣٧

١ × ٣ × ٣٧ = ١١١
٢ × ٣ × ٣٧ = ٢٢٢
٣ × ٣ × ٣٧ = ٣٣٣
٤ × ٣ × ٣٧ = ٤٤٤
٥ × ٣ × ٣٧ = ٥٥٥
٦ × ٣ × ٣٧ = ٦٦٦
٧ × ٣ × ٣٧ = ٧٧٧

عجائب اللغة العربية

ألــــوم صـــديقي وهــــذا محــــال
صـــديقي أحبــــه كــــلام يقـــال
وهــــذا كــــلام بليــــغ الجمــــال
محــــال يقــــال الجمال خيــــال

الغـريب في هذه الأبيات..... أنـكم تستطيعون قراءتها أفقيـًا ورأسيـًا..... !

عجائب الرقم ٨

٠ × ٩ + ٨ = ٨
٩ × ٩ + ٧ = ٨٨
٩٨ × ٩ + ٦ = ٨٨٨
٩٨٧ × ٩ + ٥ = ٨٨٨٨
٩٨٧٦ × ٩ + ٤ = ٨٨٨٨٨
٩٨٧٦٥ × ٩ + ٣ = ٨٨٨٨٨٨
٩٨٧٦٥٤ × ٩ + ٢ = ٨٨٨٨٨٨٨

عجائب الرقم ١

١ × ١ = ١
١١ × ١١ = ١٢١
١١١ × ١١١ = ١٢٣٤٣٢١
١١١١×١١١١ = ١٢٣٤٥٤٣٢١
هي يمكنك إيجاد حاصل الضرب
١١١١١١ × ١١١١١١
١١١١١١١ × ١١١١١١١

عجائب الرقم ١٠٨٩

١٠٨٩ × ١ = ١٠٨٩
١٠٨٩ × ٢ = ٢١٧٨
١٠٨٩ × ٣ = ٣٢٦٧
١٠٨٩ × ٤ = ٤٣٥٦
١٠٨٩ × ٥ = ٥٤٤٥
١٠٨٩ × ٦ = ٦٥٣٤
١٠٨٩ × ٧ = ٧٦٢٣

عجائب الرقم ٧

١ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ١١١١١١
٢ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ٢٢٢٢٢٢
٣ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ٣٣٣٣٣٣
٤ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ٤٤٤٤٤٤
٥ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ٥٥٥٥٥٥
٦ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ٦٦٦٦٦٦
٧ × ٧ × ١٥٨٧٣ = ٧٧٧٧٧٧

عجائب القران الكريم

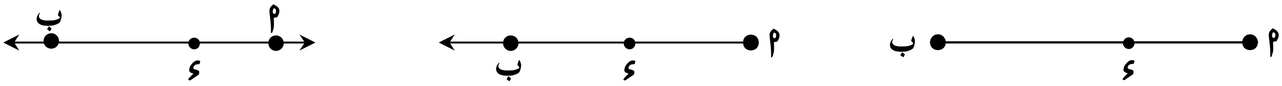
الحياة تكررت ١٤٥ مرة .... الموت تكررت ١٤٥ مرة
الصالحات تكررت ١٦٧ مرة .... السيئات تكررت ١٦٧ مرة
الدنيا تكررت ١١٥ مرة .... الآخرة تكررت ١١٥ مرة
الملائكة تكررت ٨٨ مرة .... الشيطان تكررت ٨٨ مرة

عجائب اللغة العربية

مودته تدوم لكل هول ..... وهل كل مودته تدوم

حاولوا قراءة البيت بالعكس من آخره إلى أوله حرفا حرفا ستجـد أن هــذا البيت يقرأ كما هو من الجهتين كلمة كلمة

مفاهيم هندسية مهمة



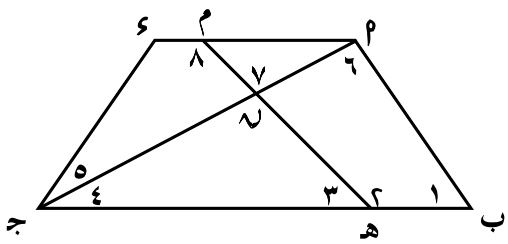
$\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مستقيمة — ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$

$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ شعاع — ء ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ خط مستقيم — ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

لاحظ أنه يمكن قياس طول $\overline{\text{أ ب}}$ ولا يمكن قياس طول $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ولا يمكن قياس طول $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

قراءة وكتابة الزاوية بشكل صحيح



① ق($\hat{\text{ب}}$) أو ق($\widehat{\text{أ ب ج}}$) أو ق($\widehat{\text{ج ب أ}}$)

② ق($\widehat{\text{ب هـ ن}}$) أو ق($\widehat{\text{ن هـ ب}}$)

③ ق($\widehat{\text{ن هـ ج}}$) أو ق($\widehat{\text{ج هـ ن}}$)

④ ق($\widehat{\text{أ ج ب}}$) أو ق($\widehat{\text{ب ج أ}}$) أو ....

تدريب : اكتب الزوايا ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩

أنواع الزوايا

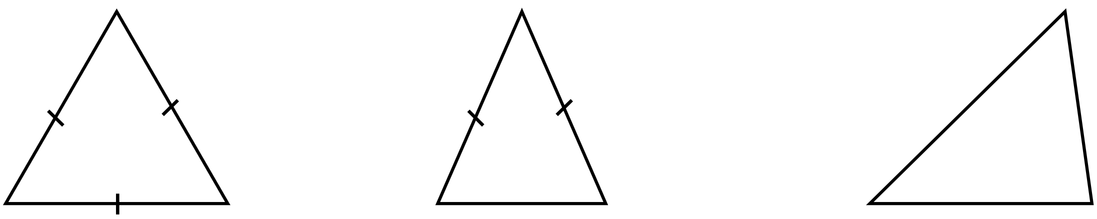
زاوية حادة
قياسها محصور بين
٠° ، ٩٠°

زاوية قائمة
قياسها يُساوى
٩٠°

زاوية منفرجة
قياسها محصور بين
٩٠° ، ١٨٠°

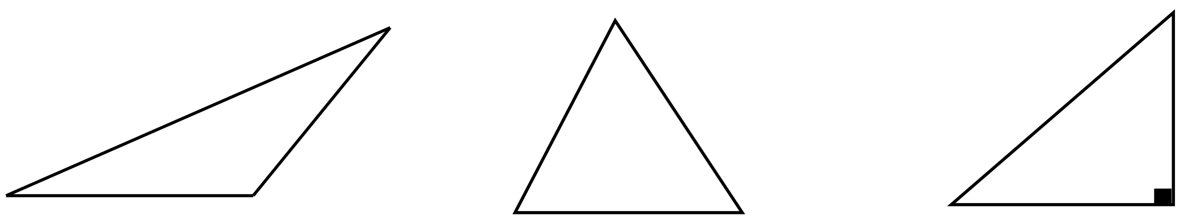
زاوية مستقيمة
قياسها يُساوى
١٨٠°

أنواع المثلثات من حيث الأضلاع



مثلث مختلف الأضلاع — مثلث متساوى الساقين — مثلث متساوى الأضلاع

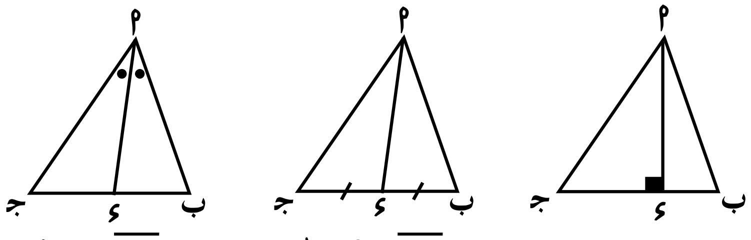
أنواع المثلثات من حيث الزاوية



مثلث قائم الزاوية — مثلث حاد الزوايا — مثلث منفرج الزاوية

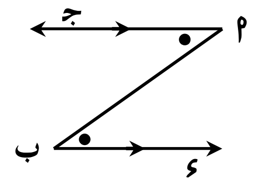
الفرق بين العمود والمتوسط والمنصف

وإذا كان المثلث متساوى الساقين أو متساوى الأضلاع فإن العمود ينطبق على المتوسط ينطبق على المنصف أى أن العمود هو نفسه المتوسط هو نفسه المنصف



$\overline{\text{أ ء}}$ عمود — $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط — $\overline{\text{أ ء}}$ منصف

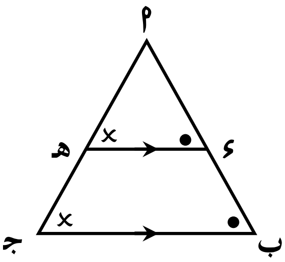
التوازى فى الهندسة



∵ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

∴ ق ($\hat{\text{ب}}$) = ق ($\hat{\text{أ}}$)

بالتبادل

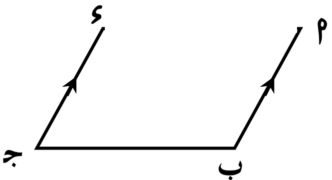


∵ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ ق (أ $\hat{\text{ء}}$ هـ) = ق ($\hat{\text{ب}}$)

، ق (أ $\hat{\text{هـ}}$ ء) = ق ($\hat{\text{جـ}}$)

بالتناظر



∵ $\overline{\text{ب أ}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$

∴ ∠ ب + ∠ جـ = ١٨٠°

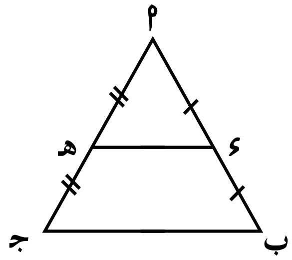
داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع

التوازى فى المثلث

القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث وطولها يساوى نصفه

فى الشكل المقابل : ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$

∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ



نظرية فيثاغورس Pythagorean Theorem

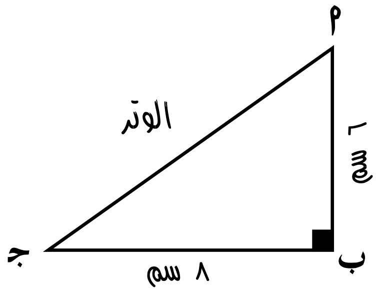
(أ جـ)^{2} = (أ ب)^{2} + (ب جـ)^{2}

(أ ب)^{2} = (أ جـ)^{2} − (ب جـ)^{2}

(ب جـ)^{2} = (أ جـ)^{2} − (أ ب)^{2}

ففى الشكل المقابل : (أ جـ)^{2} = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

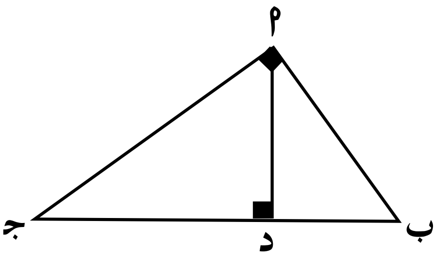
∴ أ جـ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم



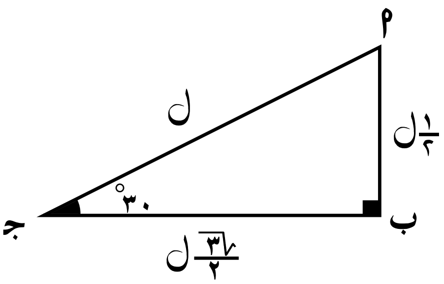
نظرية إقليدس Euclid's Theorem

① (أ ب)^{2} = ب د × ب جـ ② (أ جـ)^{2} = جـ د × جـ ب

③ (أ د)^{2} = د ب × د جـ ④ أ د = $\frac{\text{أ ب × أ جـ}}{\text{ب جـ}}$



المثلث الثلاثينى الستينى



إذا كان : ق(∠ ب) = ٩٠° ، ق(∠ ج) = ٣٠°

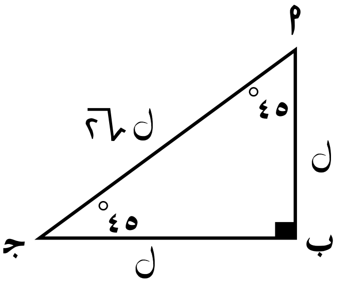
∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ ج ، ب ج = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ أ ج

فإذا كان : أ ج = ١٠ سم فإن :

① أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥ سم

② أ ب = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × ١٠ = ٥ $\sqrt{٣}$ سم

المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين



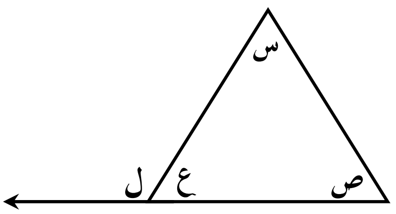
فى هذه الحالة يكون قياس كل من الزاويتين الحادتين ٤٥°

وبفرض أن : أ ب = ب ج = ل فيكون :

طول الوتر = طول ضلع القائمة × $\sqrt{٢}$ ∴ أ ج = ل $\sqrt{٢}$

فإذا كان : أ ب = ٦ سم فإن : أ ج = ٦ $\sqrt{٢}$ سم

علاقات عامة داخل المثلث



① $\hat{س}$ + $\hat{ص}$ + $\hat{ع}$ = ١٨٠° " مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث "

② $\hat{ل}$ = $\hat{س}$ + $\hat{ص}$

③ $\hat{ل}$ + $\hat{ع}$ = ١٨٠°

④ قياس أى زاوية ∝ طول الضلع المقابل لها

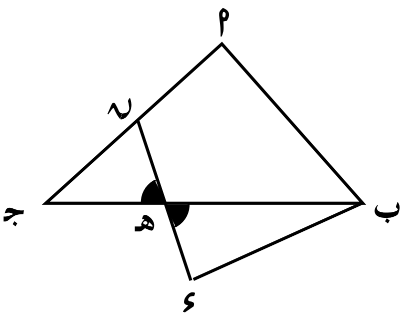
⑤ مجموع طولى أى ضلعين > طول الضلع الثالث

⑥ محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

⑦ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع

⑧ المثلث ليس له حجم

الزاويتان المتقابلتان بالرأس



الزاويتان المتقابلتان بالرأس متساويتان فى القياس

ففى الشكل : $\overline{ب ج}$ ∩ $\overline{ن ء}$ = {هـ}

∴ ق(∠ ن هـ ج) = ق(∠ ب هـ ء)

، ق(∠ ب هـ ن) = ق(∠ ج هـ ء)

تفكير ناقد :

صل $\overline{أ ء}$ ، اذكر أزواج الزوايا الناتجة المتساوية فى القياس .

قانون قياس الزاوية بين عقربي الساعة

الزاوية = | قراءة الساعات × ٣٠ − قراءة الدقائق × $\frac{١١}{٢}$ |

فمثلا : ما قياس الزاوية بين عقربي الساعة عندما تكون ٥ : ١١

الزاوية = | ١١ × ٣٠ − ٥ × $\frac{١١}{٢}$ | = ٣٠٢,٥° " زاوية منعكسة "

تدريب : ما قياس الزاوية بين عقربي الساعة عندما تكون ٢٠ : ٥

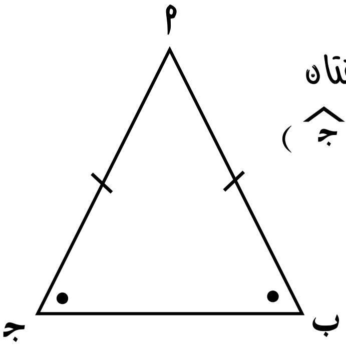
المثلث المتساوي الساقين

زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

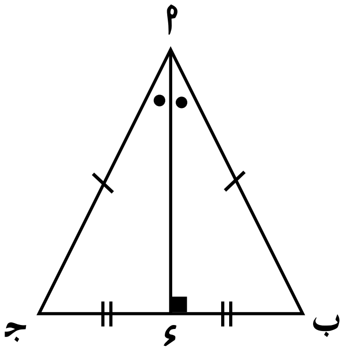
فإذا كان : أ ب = أ ج فإن : ق($\widehat{ب}$) = ق($\widehat{ج}$)

لاحظ عزيزي الطالب شكل(٢) :

إذا رُسم عمود من رأس المثلث المتساوي الساقين فإنه يصبح متوسط كما أنه يصبح منصف



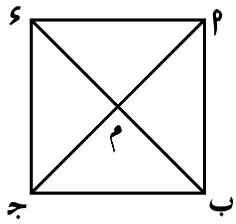
شكل(١)



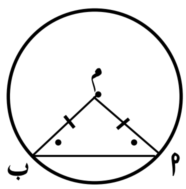
شكل(٢)

حالات عامة يكون فيها المثلث متساوي الساقين

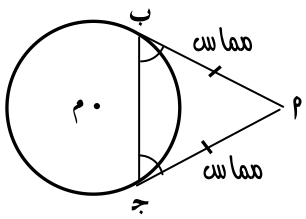
هي تلك الحالة التي يوجد بها مثلث متساوي الساقين أو أكثر وتنتج هذه المثلثات من خصائص الشكل الهندسي
أ/ نجاح رجب عثمان



أ ب ج د مربع
يوجد به ٨ مثلثات متساوية الساقين



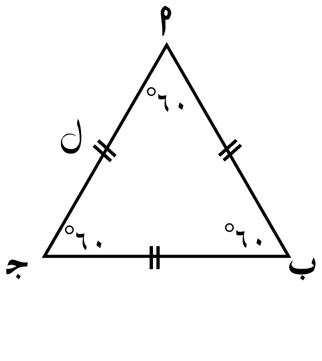
م أ = م ب = نق
△ م أ ب متساوي الساقين
ق(∠ أ) = ق(∠ ب)



أ ب = أ ج
△ أ ب ج متساوي الساقين
ق(∠ ب) = ق(∠ ج)

المثلث المتساوي الأضلاع

يتميز المثلث المتساوي الأضلاع بالخصائص الآتية : بفرض أن طول ضلعه = ل



① أطوال أضلاعه متساوية في الطول .

② قياس كل زاوية من زواياه = ٦٠° .

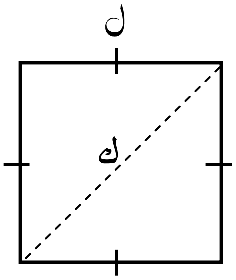
③ محيطه = ٣ ل

④ مساحته = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ل^{٢}

⑤ ارتفاعه = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ل

المربع Square

بفرض أن : طول ضلع المربع ل ، طول قطره ك نجد أن :



① محيط المربع = طول ضلعه × ٤ = ٤ ل

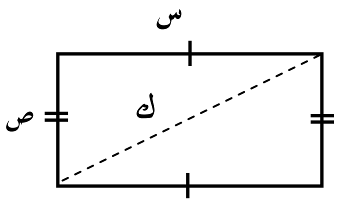
② مساحة المربع = طول الضلع × نفسه = ل^{٢}

③ طول قطر المربع = $\sqrt{٢}$ ل

④ أطوال أضلاعه متساوية

المستطيل Rectangle

بفرض أن طوله س ، عرضه ص ، قطره ك



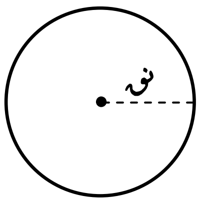
① محيط المستطيل = ٢ (س + ص)

② مساحة المستطيل = س × ص

③ طول قطر المستطيل ك = $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$

الدائرة Circle

بفرض أن : طول نصف قطرها نق

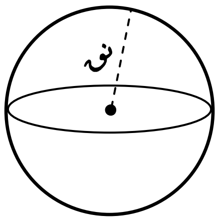


① محيط الـدائرة = ٢ π نق

② مساحة الدائرة = π نق^{٢} " $\pi \simeq$ ٣,١٤ "

الكرة Sphere

بفرض أن : طول نصف قطرها نق

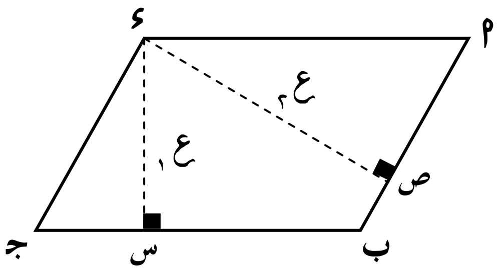


① مساحة الكرة = ٤ π نق^{٢}

② حجـم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} " π = ٣,١٤ "

متوازى الأضلاع Parallelogram

متوازى الأضلاع هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين . ومن خواص متوازى الأضلاع :



① كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين فى الطول .

② كل زاويتين متقابلتين متساويتين فى القياس .

③ كل زاويتان متتاليتين مجموعهما ١٨٠°

④ القطران ينصف كل منهما الآخر .

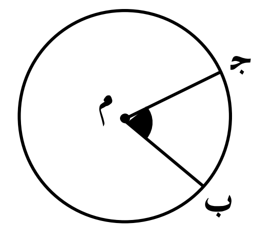
⑤ محيط متوازى الأضلاع يُساوى ٢ (مجموع ضلعين متجاورين)

⑥ مساحة متوازى الأضلاع تُساوى حاصل ضرب القاعدة فى الارتفاع المناظر لها

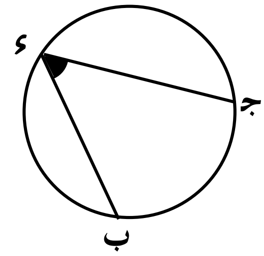
أى أن : مساحة متوازى الأضلاع = م ب × ع$_{٢}$ = ب جـ × ع$_{١}$

$\boxed{\text{م ب} \times \text{ع}_{٢} = \text{ب جـ} \times \text{ع}_{١}}$

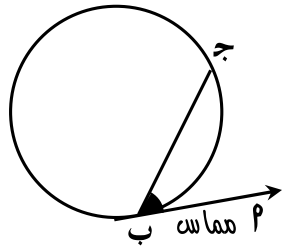
أهم الزوايا فى الدائرة



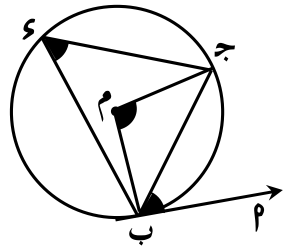
∠ م المركزية



∠ ء المحيطية



∠ أ ب ج المماسية



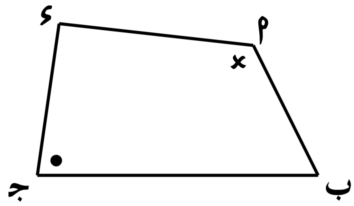
الزوايا الثلاث

(١) المحيطية = ½ المركزية
(٢) المحيطية = المماسية
(٣) المماسية = ½ المركزية

المشتركة معها فى القوس

∠ ء = ½ ∠ م
∠ ء = ∠ أ ب ج
∠ أ ب ج = ½ ∠ م

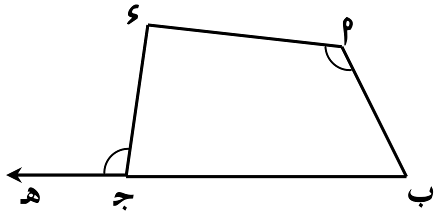
الشكل الرباعى الدائرى : سُمى هكذا لأنه شكل رباعى تمر به دائرة



كل زاويتان متقابلتان متكاملتان

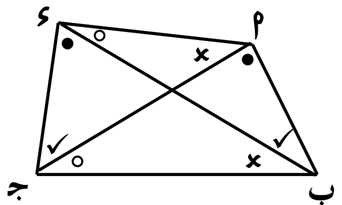
∠ أ + ∠ ب = ١٨٠°

∠ ب + ∠ ء = ١٨٠°



قياس الزاوية الخارجة يُساوى الداخلة المقابلة للمجاورة لها

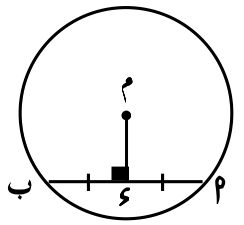
∠ هـ ج ء = ∠ أ



كل زاويتان مرسومتان على نفس القاعدة وفى جهة واحدة متساويتان

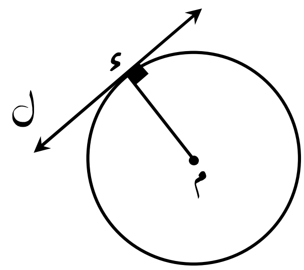
∠ ب أ ج = ∠ ب ء ج

علاقات مهمة فى الدائرة



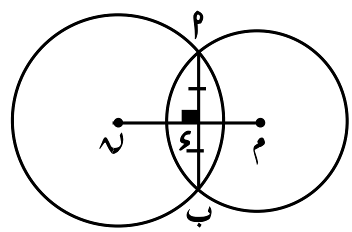
∵ م ء ⊥ أ ب

∴ ء منتصف أ ب



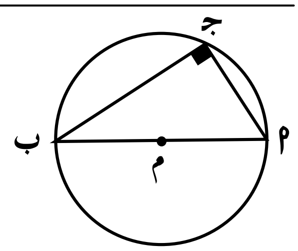
∵ ل يُسمى مماس

∴ المستقيم ل ⊥ م ء



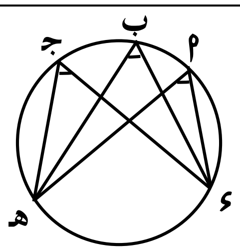
∵ م ن خط المركزين

∴ م ن ⊥ أ ب



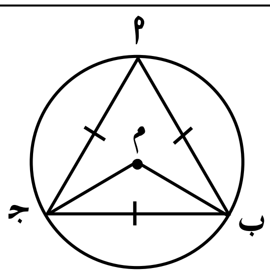
∵ أ ب قطر فى الدائرة م

∴ ∠ أ ج ب = ٩٠°



∵ أ ، ب ، ج مشتركة فى القوس

∴ ∠ أ = ∠ ب = ∠ ج



∵ Δ أ ب ج متساوى الأضلاع

∴ ∠ ب م ج = ١٢٠°

بعض المعلومات العامة المهمة

① مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى = ٣٦٠°

② مجموع الزاويتان المتتامتان = ٩٠°

③ مجموع الزاويتان المتكاملتان = ١٨٠°

④ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان .

⑤ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة = ٩٠°

⑥ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث = ١٨٠°

⑦ إذا رُسم من مركز الدائرة عمودى على أى وتر ، قُسم هذاالوتر إلى جزءين متساويين فى الطول

⑧ المماس للدائرة يكون عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس .

⑨ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديا على الوتر المشترك وينصفه .

⑩ قياس الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة = ٩٠°

⑪ الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة متساوية فى القياس .

الثلاثيات الفيثاغورثية المشهورة

من أشهر المثلثات القائمة الزاوية :

{ ٣ ، ٤ ، ٥ } ، {٦ ، ٨ ، ١٠} ، {٥ ، ١٢ ، ١٣} ، {٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠}

{ ٧ ، ٢٤ ، ٢٥ } ، {٨ ، ١٥ ، ١٧ } ، {٩ ، ١٢ ، ١٥} ، {١٢ ، ١٦ ، ٢٠}

تنويه : أقصد هنا بأشهر المثلثات : المثلثات القائمة التى كثيرا ما تُستخدم فى مناهجنا الدراسية

البرهان الرياضى

ينقسم البرهان الرياضى إلى عدة أنواع أهمها :

١- البرهان الرياضى المباشر : وفيه نعتمد على المعطيات كما هى ، و نحاول عن طريق تطبيق قواعد الإستنتاج و التعويض و التعميم برهنة صواب استنتاج المطلوب.

٢- البرهان الرياضى غير المباشر : وفيه نحاول إثبات صحة قضية بإبطال نقيضها .

تنويه هام :

إن معظم المسائل التى ستواجهك سوف تستخدم فيها البرهان الرياضى المباشر ، التى تعتمد على معطيات

لمحة تاريخية عن البرهان الرياضى :

لقد إستخدم سيدنا إبراهيم عليه السلام طريقة البرهان الرياضي الغير مباشر في إثبات وحدانية الله عزوجل وفي إبطال عبادة قومه للشمس والقمر والكواكب . فطريقة البرهان الرياضي الغير مباشر تقوم على مبدأ : (إثبات صحة قضية بإبطال نقيضها) . أما منهاج سيدنا إبراهيم عليه السلام في إثبات وحدانية الله عزوجل فكان : قال تعالى : " فَلَمَّا رَأَى الشَّمْسَ بَازِغَةً قَالَ هَذَا رَبِّي هَذَا أَكْبَرُ فَلَمَّا أَفَلَتْ قَالَ يَا قَوْمِ إِنِّي بَرِيءٌ مِمَّا تُشْرِكُونَ "

فلما رأى الشمس أنور من القمر وأضوأ وأكبر من كوكب الزهرة والقمر قال عليه السلام هذا ربي على سبيل الإفتراض كما فعل في الأسلوب المتقدم ليُبين لقومه بطلان عبادتهم للشمس، فلما غابت الشمس قال لقومه إني برئ من إشراككم وأصنامكم لأنه لا يجوز على الإله أن يتغير وينتقل ويختفي وأن هذه الصفات هي من صفات الأجرام المخلوقة وليست من صفات الإله الخالق، **مما يعني بطلان فرضية ألوهية الشمس.**

رسم المسألة الرياضية

كثيرا ما يجد الطالب الصعوبة فى رسم المسألة الهندسية إن لم يجد لها رسم .
لذلك عزيزى الطالب إليك بعض الأساسيات لرسم المسألة الرياضية .
تتكون المسألة الرياضية من : ① معطيات ② رسم هندسى ② الحل
إن رسم المسألة يتوقف على فهم بعض الجمل الرياضية مثل :

① ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ بالتأكيد كل واحدة تدل على معنى مختلف تماما عن الأخرى

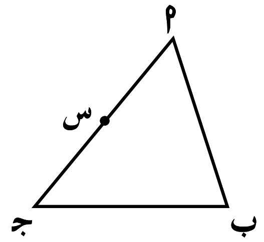
② $\overleftarrow{\text{أ ب}} \cap \overleftarrow{\text{جـ ء}}$ = {هـ} ، $\overline{\text{أ ب}} \cap \overline{\text{جـ ء}}$ = {هـ} أيضا هاتين الجملتين مختلفتين تماما عن بعضهما البعض

③ $\overleftarrow{\text{أ ب}} \perp \overleftarrow{\text{جـ ء}}$ ، $\overline{\text{أ ب}} \perp \overline{\text{جـ ء}}$ كذلك الأمر هاتين الجملتين مختلفتين تماما عن بعضهما البعض

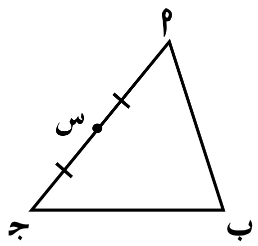
④ إذا ذكر فى المسألة مثلث أو مربع أو مستطيل أو شكل رباعى أو دائرة نبدأ بهذه الأشكال الرسم

بعض النماذج لرسم المسألة

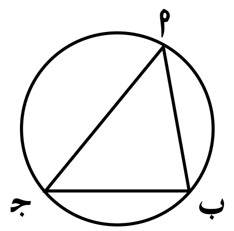
أ ب جـ مثلث فيه : س ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$



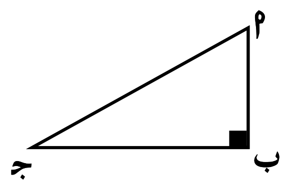
أ ب جـ مثلث فيه : س منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$



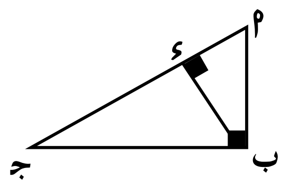
أ ب جـ مثلث رُسمت دائرة تمر برؤوسه



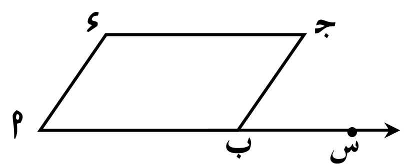
أ ب جـ مثلث قائم فى ب



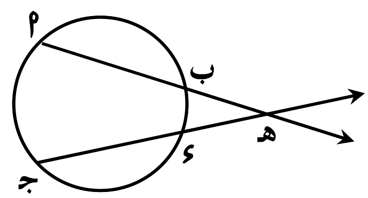
أ ب جـ مثلث قائم فى ب، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$



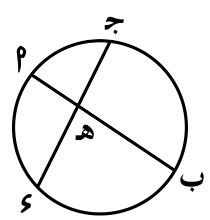
أ ب جـ ء متوازى أضلاع س ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$



$\overleftarrow{\text{أ ب}} \cap \overleftarrow{\text{جـ ء}}$ = {هـ} ، هـ خارج الدائرة

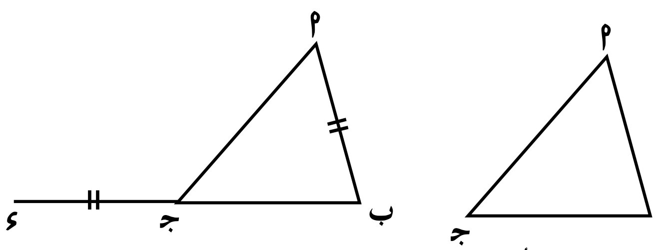


$\overline{\text{أ ب}} \cap \overline{\text{جـ ء}}$ = {هـ} ، هـ داخل الدائرة

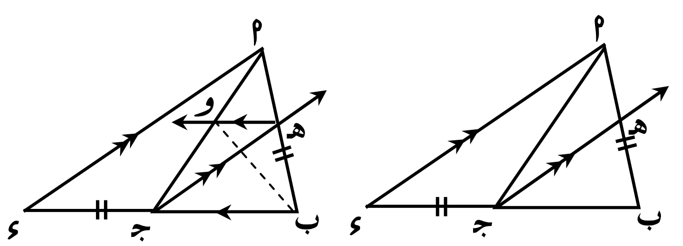


نموذج كامل لرسم مسألة هندسية

أ ب جـ مثلث ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، ء ∉ $\overline{\text{ب جـ}}$ حيث : جـ ء = أ ب ، رُسم $\overleftarrow{\text{جـ هـ}}$ // $\overline{\text{ء أ}}$ ويقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى هـ ، رُسم $\overleftarrow{\text{هـ و}}$ // $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ويقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ فى و . أثبت أن : $\overleftarrow{\text{ب و}}$ ينصف ∠ أ ب جـ

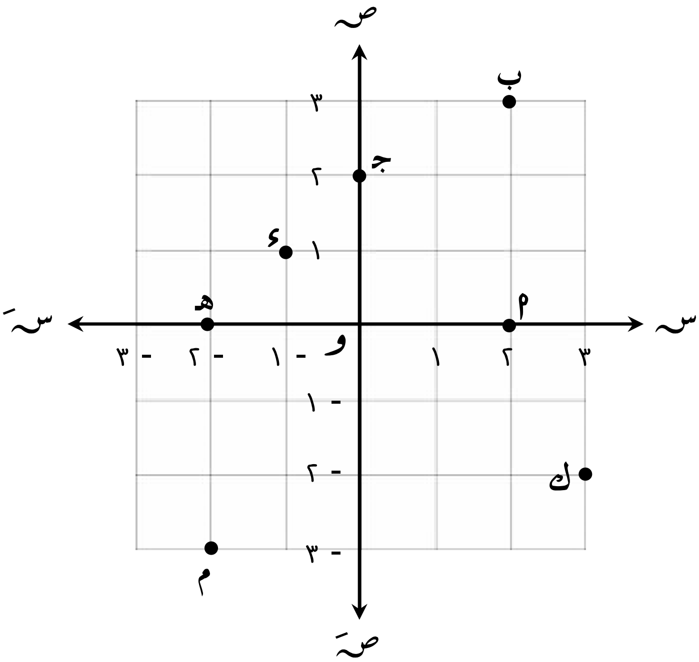


الخطوة الأولى الخطوة الثانيه



الخطوة الثالثة الخطوة الرابعة

الشبكة التربيعية وتمثيل النقاط عليها



تتكون الشبكة التربيعية من المحور الأفقى ويسمى محور السينات والمحور الرأسى ويسمى محور الصادات ، يتقاطع المحوران فى نقطة تسمى نقطة الأصل وعادة يرمز لها بالرمز و كما أن :

و س : الاتجاه الموجب لمحور السينات

و سَ : الاتجاه السالب لمحور السينات

و ص : الاتجاه الموجب لمحور الصادات

و صَ : الاتجاه السالب لمحور الصادات

تمثل النقطة بزوج مرتب (س ، ص) مسقطه الأول يقع على محور السيات والمسقط الثانى يقع على محور الصادات .

ويلاحظ أن أى نقطة تقع على محور السينات إحداثيها السينى يُساوى صفر مثل : أ ، هـ

كما أن أى نقطة تقع على محور الصادات يكون إحداثيها الصادى يُساوى صفر مثل : ج ، ن

النقطة	أ	ب	ج	ء	هـ	م	ك
الموقع	محور س	الربع الأول	محور ص	الربع الثانى	محور س	الربع الثالث	الربع الرابع
إحداثيها	(٢ ، ٠)	(٢ ، ٣)	(٠ ، ٢)	(−١ ، ١)	(−٢ ، ٠)	(−٢ ، −٣)	(٣ ، −٢)

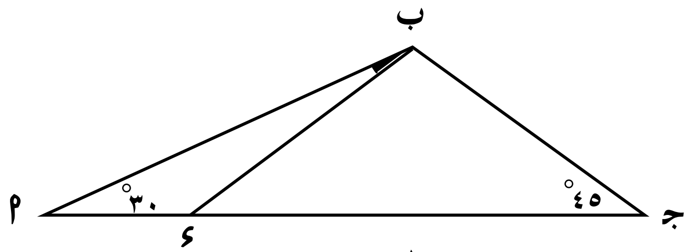
العمل الهندسى

وهو إضافة للشكل مما قد يسهل علينا الحل والمثال التالى يبن هذا

∆ أ ب ج فيه : $\hat{أ}$ = ٣٠° ، $\hat{ج}$ = ٤٥° فإذا كان : ء ∈ $\overline{أج}$ بحيث أن : ء ج = أ ب

أوجد : ق (أ $\hat{ب}$ ء)

الحل

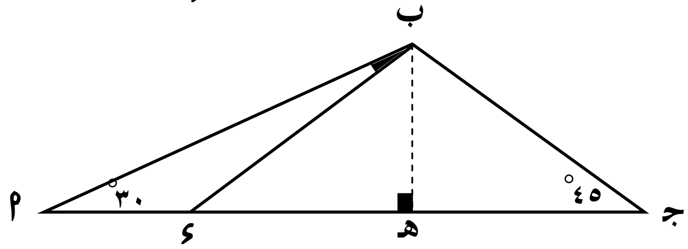


نقوم أولا برسم المسألة كما بالشكل

المسألة بشكلها الحالى قد تستغرق مجهودا كبيرا

لذا سنقوم بالعمل الآتى :

نرسم : $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{أ ج}$



∵ ∆ أ هـ ب قائم ∴ أ ب = ٢ ب هـ

∵ ء ج = أ ب ∴ ء ج = ٢ ب هـ

∵ $\hat{ج}$ = ٤٥° ∴ ج $\hat{ب}$ هـ = ٤٥°

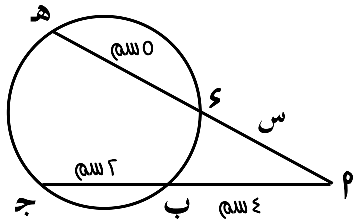
∴ ب هـ = ج هـ = هـ ء ∴ ق (أ $\hat{ب}$ ء) = ١٥°

الفرض الرياضى

عزيزى الطالب قد تلجأ للفرض الرياضى إجباريًا كما يتضح ذلك فى المسائل اللفظية وقد يكون إختياريًا فى بعض المسائل الأخرى وقد يكون عكسيًا فى مسائل أخرى وفى جميع الأحوال فإن الفرض الرياضى يُسهل طريقة الحل والنماذج الآتية قد تبين لكم طريقة الفرض :

النموذج الأول :

فى الشكل المقابل : أوجد طول $\overline{ا ء}$



نموذج مباشر لإستخدام الفرض الاختيارى فمن الممكن أن تُحل هذه المسألة دون فرض

الحل :

بفرض أن : ا ء = س

∴ س × (س + ٥) = ٤ × ٦

تنويه : تمرين مشهور سبق لك أن درسته بالصف الثالث الإعدادى وسيتم دراسته بالصف الأول الثانوى

∴ $س^2$ + ٥س – ٢٤ = ٠ ∴ (س – ٨) (س + ٣) = ٠

∴ س = ٨ أ، س = – ٣ مرفوض ⟸ ا ء = ٨ سم

النموذج الثانى :

يدخر أحمد جزءًا من مصروفه فى حصالته فإذا كان يدخر أسبوعيًا ٢٥ جنيهًا ، وكان ما تبقى من حصالة العام الماضى ٨٠ جنيهًا . **المطلوب :**

١- ما ترتيب الأسبوع الذى يُصبح فيه ما بداخل الحصالة ٩٥٥ جنيهًا

٢- أوجد ما بداخل الحصالة فى الأسبوع العاشر

نموذج مباشر لإستخدام الفرض الإجبارى فهذا يُمثل نموذج لمسألة لفظية تُرجمت إلى رموز

الحل :

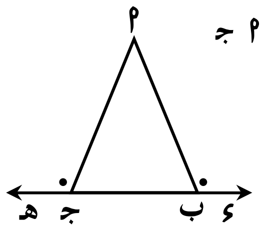
بفرض أن ما بداخل الحصالة ص وأن عدد الأسابيع ن ∴ ص = ٢٥ ن + ٨٠

١- عندما : ص = ٩٥٥ ∴ ٩٥٥ = ٢٥ ن + ٨٠ ∴ ن = ٣٥ الأسبوع الخامس والثلاثون

٢- عندما : ن = ١٠ ∴ ص = ٢٥ × ١٠ + ٨٠ ∴ ص = ٣٣٠ جنيهًا

النموذج الثالث :

فى الشكل المقابل : ا $\widehat{ب}$ ء = ا $\widehat{ج}$ هـ أثبت أن : ا ب = ا ج



نموذج مباشر لإستخدام الفرض العكسى فقد استخدمنا فرضًا عكسًا أدى إلى حدوث تناقض

الحل :

بفرض أن : ا ب > ا ج ∴ ا $\widehat{ج}$ ب > ا $\widehat{ب}$ ج

وحيث أن : ا $\widehat{ب}$ ء = ا $\widehat{ج}$ هـ ∴ ا $\widehat{ج}$ ب = ا $\widehat{ب}$ ج

وهذا يمثل تناقض لذا ذالك يقتضى أن يكون : ا ب = ا ج

تفكير ناقد :

عددان مجموعهما ٥ ومجموع مربعيهما ١٣ . أوجد العددان ؟

تنويه : بالتأكيد هذه مسألة لفظية قطعًا لا بد من فرض إجباريًا

جدول بعض قوانين الأشكال الهندسية

الشكل الهندسى	المحيط	المساحة	الحجم
المثلث	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع	ليس له حجم
المربع	طول الضلع × ٤	طول الضلع × نفسه	ليس له حجم
المستطيل	٢(الطول + العرض)	الطول × العرض	ليس له حجم
الدائرة	٢ π نق	π نق^{٢}	ليس لها حجم
المعين	طول الضلع × ٤	$\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولى قطريه	ليس له حجم
متوازى الأضلاع	مجموع أطوال أضلاعه	طول القاعدة × ارتفاعها	ليس له حجم
الكرة	ليس لها محيط	٤ π نق^{٢}	$\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}
شبه المنحرف	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{١}{٢}$ (ق$_{١}$ + ق$_{٢}$) × ع	ليس له حجم
المكعب	ليس له محيط	٦ × (طول الحرف)^{٢}	(طول الحرف)^{٣}
الاسطوانة القائمة	ليس لها محيط	٢ ط نق (ع + نق)	π نق^{٢} × ع
القطاع الدائرى	٢ نق + ل	$\frac{١}{٢}$ نق ل أو $\frac{١}{٢}$ $\theta^{ء}$ نق^{٢}	ليس له حجم
القطعة الدائرية	طول قوسها + طول وترها	$\frac{١}{٢}$ نق^{٢} ($\theta^{ء}$ − جا θ)	ليس لها حجم
متوازى المستطيلات	ليس له محيط	٢ (س ص +ص ع+ع س)	مساحة القاعدة × ع
المخروط	ليس له محيط	π نق (ل + نق)	$\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} × ع
المضلع المنتظم	عدد أضلاعه × طول ضلعه	$\frac{١}{٤}$ ن ل^{٢} ظا $\frac{هـ}{٢}$	ليس له حجم
ملحوظة مهمة : يوجد قوانين أخرى لهذه الأشكال ولكننى ذكرت أشهر القوانين كما أن هناك أشكال أخرى			

بعض الارشادات العامة فى الهندسة

١) ارسم شكل تقريبى للشكل إن لم يكن مرسوم .
٢) استنتج المعلومات من الشكل المرسوم بشكل صحيح وسليم .
٣) لا تعمل أكثر ما هو مطلوب منك .
٤) فكر بدون آله حاسبة .
٥) انتبه للوحدات فى المسألة .
٦) أضف بعض القطع المستقيمة على الرسم المعطى إن لزم الأمر .
٧) اعط لنفسك فرصة فى قراءة المسألة جيدا حتى تصل إلى أفضل وأقصر الحلول .
٨) غالبا ما يكون للمسألة الرياضية أكثر من حل فإن تعثرت فى طريقة فاستخدم الطريقة الأخرى .
٩) إذا كانت الحلول مبالغ فيها فعاود الحل مرة أخرى .
١٠) نظم حلك فهو عنوان نجاحك لحل المسألة .

هذه النصائح والارشادات العشر مهمة جدا عزيزى الطالب فإن أردت أن تكون متميزا فى حلك للمسألة الرياضية فعليك بها
مع تحياتى
نجاح رجب عتمان

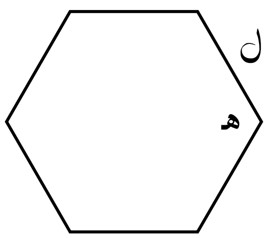
المضلـع المنتظـم

يُسمى المضلع مضلعًا منتظمًا إذا كان :

١- جميع أضلاعه متساوية الطول . ٢- جميع زواياه متساوية القياس .

قوانين عامة للمضلع المنتظم

المضلع المنتظم الذى طول ضلعه ل وعدد أضلاعه ـن وزاوية رأسه هـ يكون :



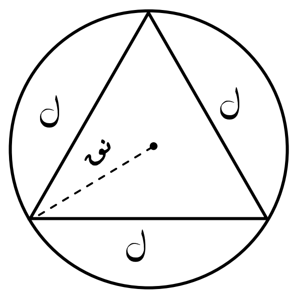
سُداسى منتظم

(١) محيط المضلع المنتظم = ـن × ل

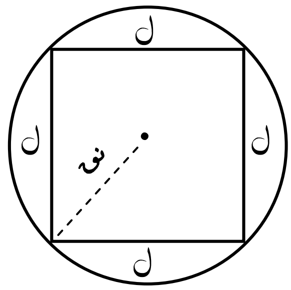
(٢) مساحة المضلع المنتظم = $\frac{ن}{٤}$ ل^{٢} ظا $\frac{هـ}{٢}$

(٣) زاوية رأس المضلع المنتظم = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠^{\circ}}{ن}$

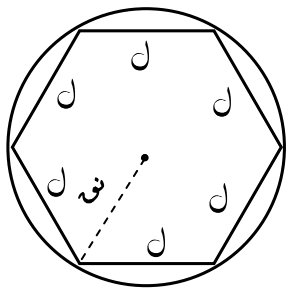
الأشكال المنتظمة والدائرة الخارجة



مثلث متساوى الأضلاع
مرسوم داخل دائـــرة
ل = نق × $\sqrt{٣}$

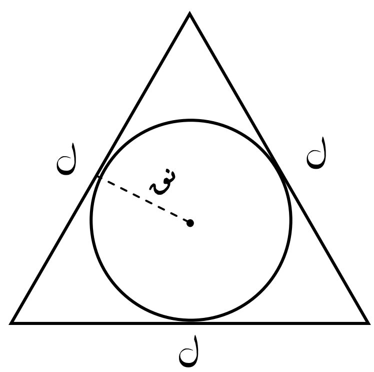


مربـع
مرسوم داخل دائـــرة
ل = نق × $\sqrt{٢}$

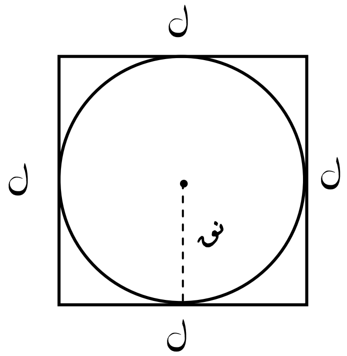


سُداسى منتظم
مرسوم داخل دائـــرة
ل = نق

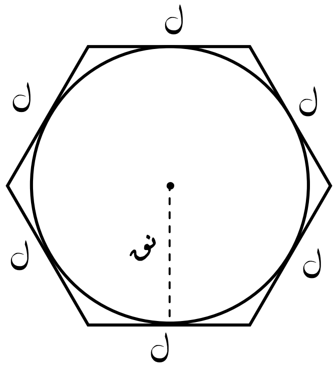
الأشكال المنتظمة والدائرة الداخلة



مثلث متساوى الأضلاع
مرسوم خارج دائـــرة
ل = نق × ٢ $\sqrt{٣}$



مربـع
مرسوم داخل دائـــرة
ل = نق



سُداسى منتظم
مرسوم داخل دائـــرة
ل = نق × $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

كيفية حل مسألة الهندسة

كثيرا من الطلاب يجدون صعوبة بالغة فى حل المسألة الهندسية خاصة المتعلقة بالبرهان بل إن البعض قد يكرهون مادة الرياضيات بأكملها بسببها حتى وإن كانوا يجيدون التعامل مع مادة الجبر مثلا ويرجع السبب فى هذه المشكلة – مشكلة حل مسألة البرهان – إلى الطريقة غير العلمية التى يتعاملون معها .

تتكون المسألة الرياضية من ثلاثة عناصر :

① المعطيـــــــات : وهى معلومات تعطى كى تُساعدك على الحل .

② الرسم الهندسى : وهو قد يوضح بعض الغموض فى المسألة .

③ البرهـــــــان : وهــو مـا تقدمه مـن حـل للمسـألـة .

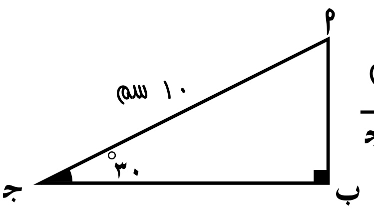
الطريقة العلمية السليمة للتعامل مع مسألة البرهان

فى الواقع إن أى مسألة فى الرياضيات بوجه عام حلها يتوقف على نتيجة أو نظرية أو قانون أو تعريف أو قاعدة فيجب أولا أن تكون ملمًا فاهمًا لكل قواعد ونظريات وقوانين وتعاريف وقواعد الكتاب .

نموذج يوضح ما قلته فيما سبق :

النموذج الأول

فى الشكل المقابل : المثلث أ ب ج قائم فى ب ، ∠ ج = ٣٠° احسب طول $\overline{\text{أ ج}}$



الحل

△ أ ب ج قائم فى ب ، ∠ ج = ٣٠°

∴ أ ب = ½ أ ج ∴ أ ب = ٥ سم

كيف تم حل المسألة

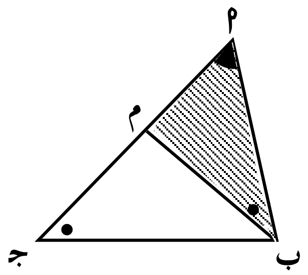
لقد درست نتيجة " فى المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يُساوى نصف طول الوتر " وبالتالى سنقوم بعملية ترجمة لهذه النتيجة على المسألة محل النقاش

النموذج الثانى

أ ب ج مثلث فيه : أ ج > أ ب ، م ∈ $\overline{\text{أ ج}}$ ،

ق(أ ب̂ م) = ق(ج̂)

أثبت أن : (أ ب)² = أ م × أ ج



الحل

نقوم أولا برسم المسألة

△ أ ب م ، أ ج ب

∵ ق(أ ب̂ م) = ق(ج̂) ، زاوية أ مشتركة

∴ △ أ ب م ~ △ أ ج ب ومن التشابه ينتج أن:

أ ب / أ ج = أ م / أ ب ∴ (أ ب)² = أ م × أ ج

كيف تم حل المسألة

١- رسم المسألة

٢- درسنا مسلمة تشابه المثلثين " يتشابه المثلثان إذا ساوت زاويتين من مثلث زاويتين من مثلث آخر "

٣- يمكن استنتاج ثلاث نسب متساوية من التشابه

الدوال المثلثية للزاوية

جا : جيب الزاوية   جتا : جيب تمام الزاوية   ظا : ظل الزاوية

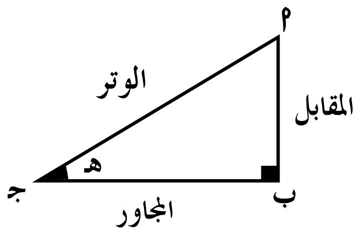
قتا : قاطع تمام الزاوية   قا : قاطع الزاوية   ظتا : ظل تمام الزاوية

الدوال المثلثية Trigonometric functions

(١) جا هـ = المقابل / الوتر = أ ب / أ ج

(٢) جتا هـ = المجاور / الوتر = ب ج / أ ج

(٣) ظا هـ = المقابل / المجاور = أ ب / ب ج



جا ٣٠° = جتا ٦٠° = $\frac{1}{2}$

جا ٦٠° = جتا ٣٠° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

جا ٤٥° = جتا ٤٥° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

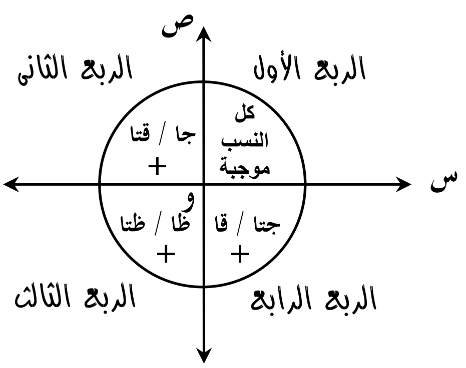
العلاقة بين الدوال المثلثية ومقلوباتها

جا هـ × قتا هـ = جتا هـ × قا هـ = ظا هـ × ظتا هـ = ١

تفكير ناقد : بدون الاستعانة بالآله الحاسبة العلمية أوجد قيمة : جا ١٣° × قتا ١٣°

موقع الزاوية فى الشبكة التربيعية وإشارات الدوال المثلثية

الربع	هـ ∈	إشارة جتا / قا	إشارة جا / قتا	إشارة ظا / ظتا
الأول	]٠° ، ٩٠°[	+	+	+
الثانى	]٩٠° ، ١٨٠°[	−	+	−
الثالث	]١٨٠° ، ٢٧٠°[	−	−	+
الرابع	]٢٧٠° ، ٣٦٠°[	+	−	−
الزوايا : ٠° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠° تُسمى بالزوايا الربعية				



تنويه : يُمكن التعبير عن قاعدة الاشارات بالعبارة الجميلة : (**كل جبار ظالم جته داهية !!**)

النسب المثلثية	٠°	٩٠°	١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°
	النسب المثلثية للزوايا الفاصلة بين الأرباع				
جا	٠	١	٠	١-	٠
جتا	١	٠	١-	٠	١
ظا	٠	∞	٠	∞	٠

لاحظ وفكر

(١) −١ ≤ جا ≤ ١

(٢) −١ ≤ جتا ≤ ١

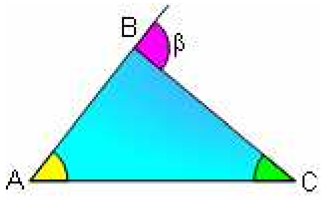
أى أن

-١ أصغر قيمة تأخذها جا

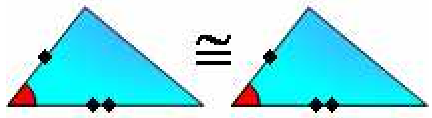
١ أكبر قيمة تأخذها جا

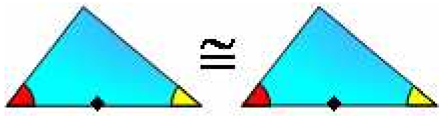
فمثلا : جا س = $\frac{5}{3}$

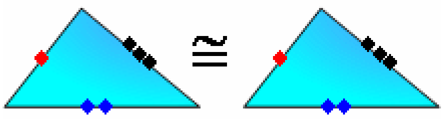
خطأ لأنها أكبر من الواحد

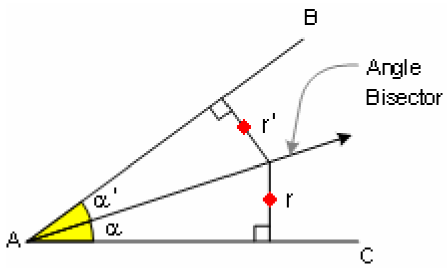


$\beta = \angle A + \angle C$

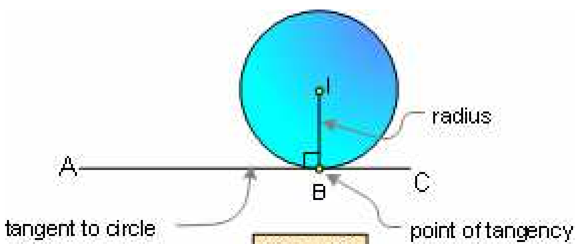




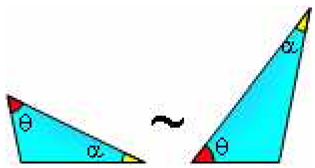


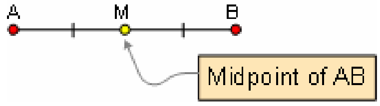


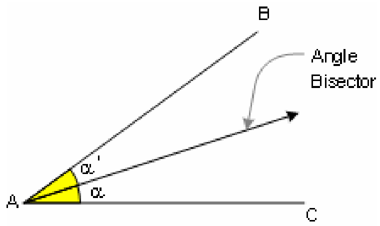
$r = r'$



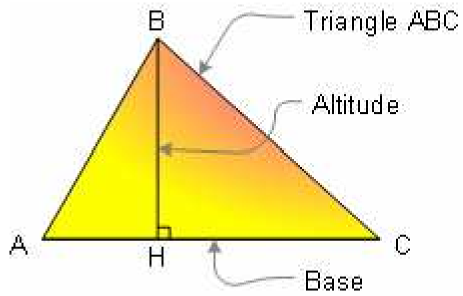
$AC \perp IB$

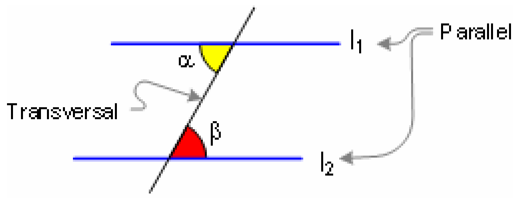




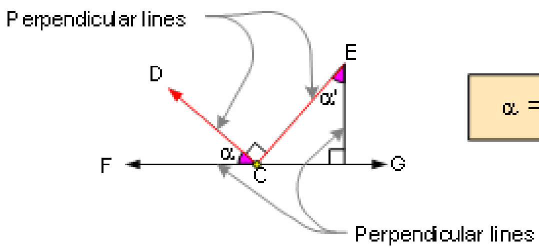


$\alpha = \alpha'$

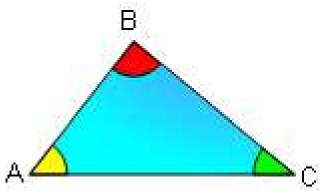




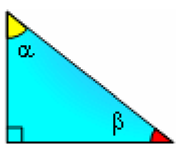
If $l_1 // l_2$, then $\alpha = \beta$



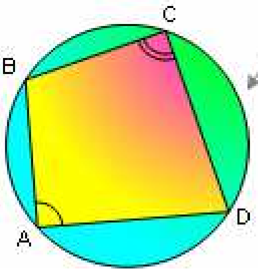
$\alpha = \alpha'$



$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

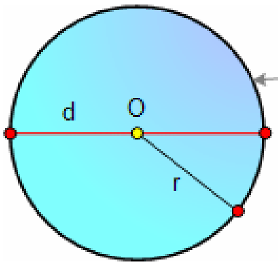


$\alpha + \beta = 90°$



$\angle A + \angle C = 180°$

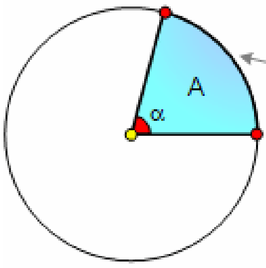
© Antonio Gutierrez
www.agutie.com



A: Area of a circle
O: center
r: radius
d: diameter

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

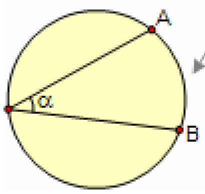
© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com



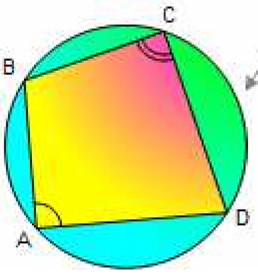
A: Area of a circular sector
O: center
r: radius
α: sector angle (degrees)

$$A = \pi \cdot r^2 \cdot \left(\frac{\alpha}{360}\right)$$

© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com

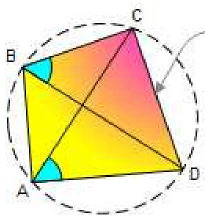


$$\alpha = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$$



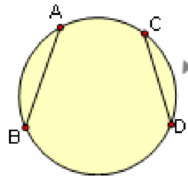
$\angle A + \angle C = 180°$

© Antonio Gutierrez
gogeometry.com

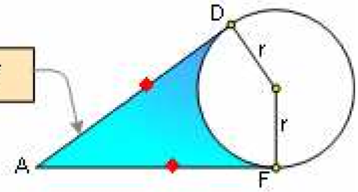


If $\angle CAD = \angle CBD$,
then ABCD is a cyclic quadrilateral.

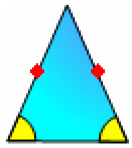
© Antonio Gutierrez
gogeometry.com

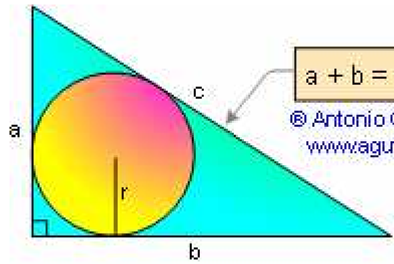


If $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$, then $AB = CD$



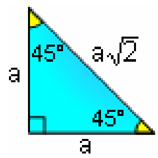
$AD = AF$

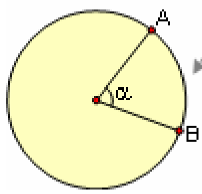




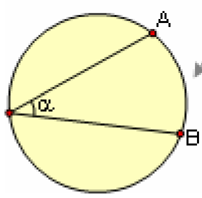
$a + b = c + 2r$

© Antonio Gutierrez
www.agutie.com

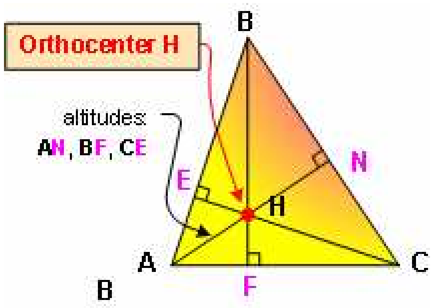


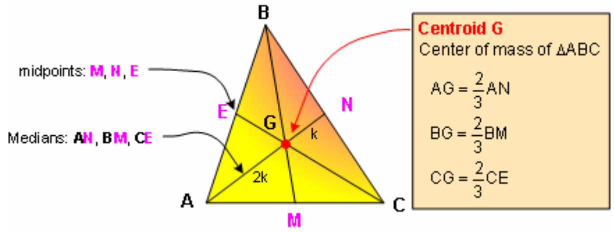


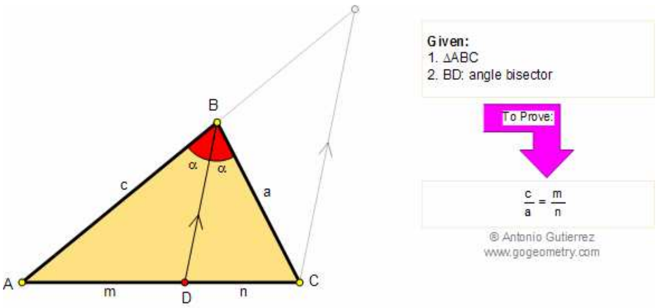
$\alpha = \overset{\frown}{AB}$

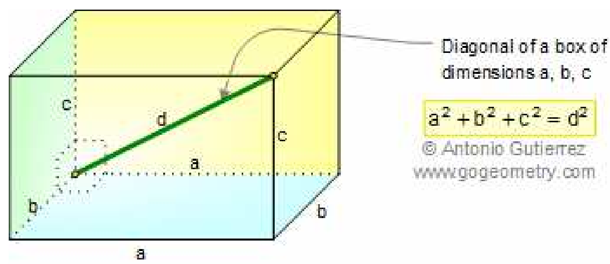


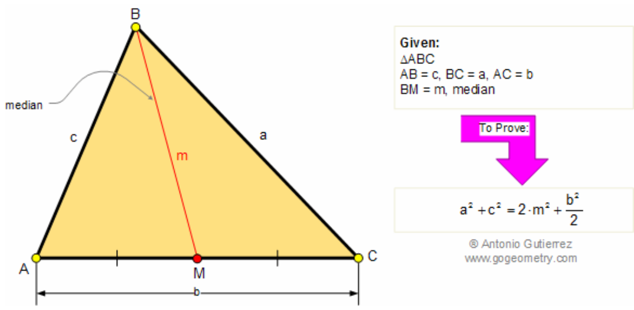
$$\alpha = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AB}$$

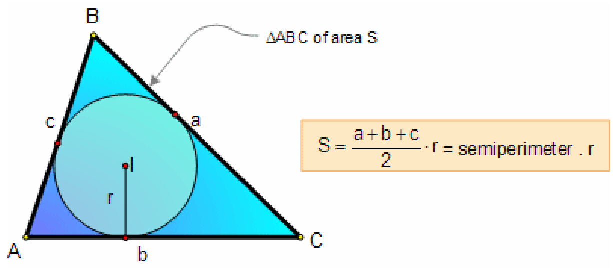

Orthocenter H
altitudes:
AN, BF, CE
B
E
N
H
A
C
F
B

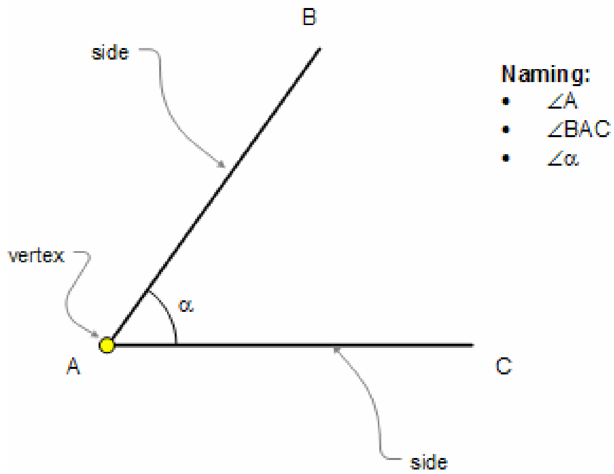

midpoints: M, N, E
Medians: AN, BM, CE
B
E
N
G
k
2k
A
M
C
Centroid G
Center of mass of ΔABC
AG = 2/3 AN
BG = 2/3 BM
CG = 2/3 CE

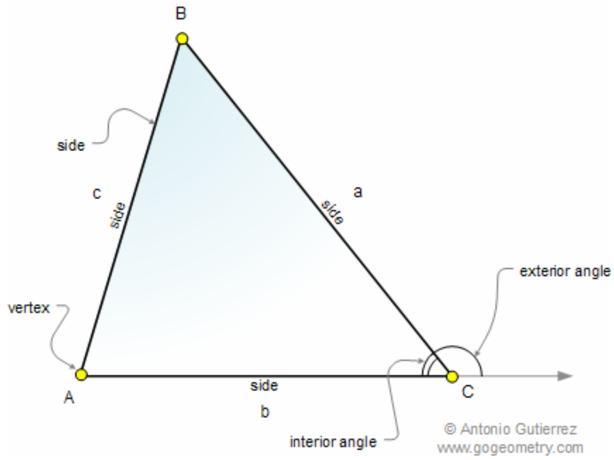

B
α
α
c
a
A
m
D
n
C
Given:
1. ΔABC
2. BD: angle bisector
To Prove:
c/a = m/n
© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com

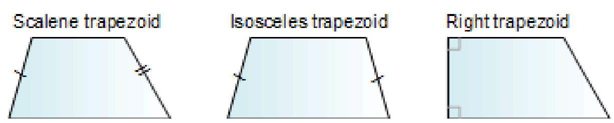

Diagonal of a box of
dimensions a, b, c
$a^2 + b^2 + c^2 = d^2$
© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com
c
d
a
c
b
b
a

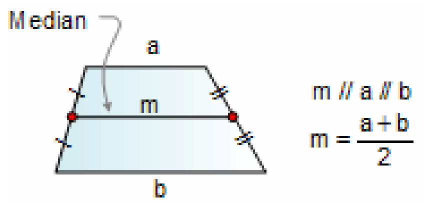

B
median
c
m
a
A
M
C
b
Given:
ΔABC
AB = c, BC = a, AC = b
BM = m, median
To Prove:
$a^2 + c^2 = 2 \cdot m^2 + \frac{b^2}{2}$
© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com

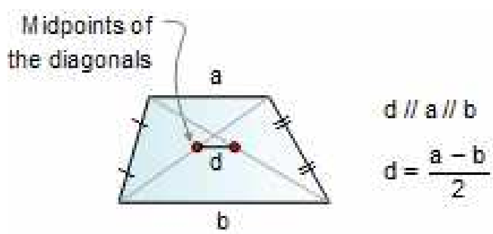

B
ΔABC of area S
c
a
I
r
A
b
C
$S = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ = semiperimeter . r

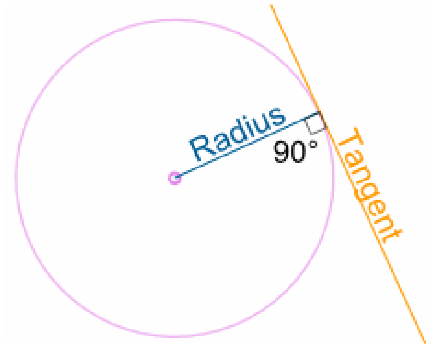

B
side
Naming:
∠A
∠BAC
∠α
vertex
α
A
C
side

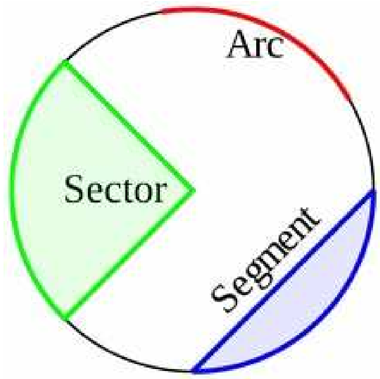

B
side
c
side
a
side
exterior angle
vertex
A
side
b
C
interior angle
© Antonio Gutierrez
www.gogeometry.com


Scalene trapezoid
Isosceles trapezoid
Right trapezoid


Median
a
m
b
m // a // b
$m = \frac{a+b}{2}$


Midpoints of
the diagonals
a
d
b
d // a // b
$d = \frac{a-b}{2}$





المصطلح	الترجمة
Radius	نصف قطر
Angle	زاوية
Tangent	مماس
Polygon	مضلع
Midpoint	منتصف أو متوسط
Altitude	الارتفاع
Perependiclar	عمودى
Simillirity	التشابه
Congreuncy	التطابق
Cyclic quadrilateral	رباعى دائرى
Equlatral triangle	متساوى الأضلاع
Isosceles triangle	متساوى الساقين
bisector	منصف
Golden rectangle	مسطيل ذهبى
Quarter	ربـع
Half	نصـف
Square	مربع
Hypotenuse	وتر المثلث القائم الزاوية
Center	المركز
Point	نقطة
trapezoid	شبه منحرف
Arc	قوس
Area	مساحة
Sector	قطاع دائرى